

Мы делили апельсин

1. n школьников делят пачку чипсов. Каждое подмножество чипсов каждый школьник оценивает в определённое число грамм (у разных школьников эта оценка может быть разной). Оценка всегда неотрицательна, и если часть чипсов разбита на две непересекающиеся части A_1 и A_2 , то оценка части A равна сумме оценок частей A_1 и A_2 . Чипсы считаются бесконечно делимыми. Каждый школьник хочет получить не менее $1/n$ от пачки на свой взгляд. Придумайте алгоритм дележа, если
(а) $n = 2$; (б) $n = 3$; (с) n произвольно.
2. В условиях первой задачи изначально у школьников есть договорённость, какая доля чипсов достанется каждому. Каждый школьник хочет получить не меньше этой доли на свой взгляд. Как им в этом случае поделить чипсы, если
(а) $n = 2$; (б) n произвольно.
3. Тридцать три богатыря нанялись охранять Лукоморье за 240 монет. Хитрый дядька Черномор может разделить богатырей на отряды произвольной численности (или записать всех в один отряд), а затем распределить всё жалованье между отрядами. Каждый отряд делит свои монеты поровну, а остаток отдаёт Черномору. Какое наибольшее количество монет может достаться Черномору, если:
(а) жалованье между отрядами Черномор распределяет как ему угодно;
(б) жалованье между отрядами Черномор распределяет поровну?
4. Шесть разбойников разного возраста делят добычу в 50 золотых. Делят добычу они следующим образом:
 1. Самый старший из них предлагает вариант дележа добычи.
 2. Все (включая самого старшего) голосуют.
 3. Если за этот вариант дележа проголосует строго более половины разбойников, то на этом дележ добычи заканчивается.
 4. В противном случае все остальные убивают самого старшего разбойника и дележ начинается снова с пункта 1.

Каждый разбойник в первую очередь хочет сохранить себе жизнь, на втором месте в его списке приоритетов стоит получение как можно большей доли, а на третьем — чтобы поменьше разбойников погибло. Каков будет результат дележа? Разбойники очень умные.

(а) А если заменить третий приоритет, и сделать разбойников кровожадными (чем больше разбойников погибнет, тем лучше)?

5. У Деда Мороза было n сортов конфет, по k штук каждого сорта. Он распределил все конфеты как попало по k подаркам, в каждый — по n конфет, и раздал их k детям. Дети решили восстановить справедливость. Два ребёнка готовы передать друг другу по конфете, если каждый получает конфету сорта, которого у него нет. Всегда ли можно организовать серию обменов так, что у каждого окажутся конфеты всех сортов?