

Последовательный разнбой

1. Можно ли все натуральные числа от 1 до 2020 расставить в некотором порядке так, чтобы сумма любых десяти подряд стоящих чисел делилась на 10?
2. Существует ли такая бесконечная последовательность натуральных чисел, что для любого натурального k сумма любых k идущих подряд членов этой последовательности делится на $k + 1$?
3. При каких N числа от 1 до N можно расставить в другом порядке так, чтобы среднее арифметическое любой группы из двух или более подряд стоящих чисел не было целым?
4. Существуют ли натуральные числа $a_1, a_2, \dots, a_{2020}$ такие, что для всех $1 \leq k \leq 2018$ выполнено $\frac{1}{a_{k+2}} = \frac{1}{a_{k+1}} + \frac{1}{a_k}$?
5. (а) В последовательности натуральных чисел каждое число, кроме первого, получается прибавлением к предыдущему самой большой его цифры. Какое наибольшее количество подряд идущих членов последовательности могут быть нечётными?
(б) В бесконечной последовательности натуральных чисел каждое следующее число получается прибавлением к предыдущему одной из его ненулевых цифр. Докажите, что в этой последовательности найдётся чётное число.
6. Существует ли такая последовательность натуральных чисел, чтобы любое натуральное число $1, 2, 3, \dots$ можно было представить единственным способом в виде разности двух чисел этой последовательности?
7. Рассмотрим последовательность, первые два члена которой равны 1 и 2 соответственно, а каждый следующий член — это наименьшее натуральное число, которое еще не встретилось в последовательности и которое не взаимно просто с предыдущим членом последовательности. Докажите, что каждое натуральное число входит в эту последовательность.