

Комбинаторная геометрия

1. Можно ли прямоугольный треугольник с целыми сторонами расположить так, чтобы его вершины лежали в узлах целочисленной решетки, но ни одна из его сторон не проходила по линиям решетки?
2. На плоскости отмечены 100 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Саша разбивает точки на пары, после чего соединяет точки в каждой из пар отрезком. Всегда ли он может это сделать так, чтобы каждые два отрезка пересекались?
3. Верно ли, что любой треугольник можно разрезать на 1000 частей, из которых можно сложить квадрат?
4. Можно ли бесконечно отмечать точки на плоскости по одной так, чтобы никакие три из них не лежали на одной прямой и на каждом шаге у отмеченных точек была ось симметрии?
5. Можно ли на плоскости разместить конечное число парабол так, чтобы их внутренние области покрыли всю плоскость?
6. Можно ли раскрасить плоскость в 2020 цветов так, чтобы на каждом отрезке плоскости встречались все эти цвета?
7. На плоскости дано 400 точек. Докажите, что различных расстояний между ними не менее 15.
8. На прямой отмечено 100 точек, и ещё одна точка отмечена вне прямой. Рассмотрим все треугольники с вершинами в этих точках. Какое наибольшее количество из них могут быть равнобедренными?