

## Принцип Дирихле в геометрии

1. На газоне в форме правильного треугольника со стороной 3 м растут 10 гвоздик. Докажите, что найдутся 10 гвоздик, все попарные расстояния между которыми не больше 1 м.
2. Петя Торт разрезал прямоугольный лист бумаги по прямой. Затем он разрезал по прямой один из получившихся кусков. Затем он проделал то же самое с одним из трех получившихся кусков и т.д. Докажите, что после некоторого количества разрезов заведомо можно выбрать среди получившихся кусков 100 многоугольников с одинаковым числом вершин (например, 100 треугольников или 100 четырехугольников и т.д.).
3. Точки окружности покрашены в два цвета. Докажите, что найдется равнобедренный треугольник с вершинами одного цвета.
4. Даны две окружности, длина каждой из которых равна 100 см. На одной из них отмечено 100 точек, а на другой — несколько дуг, сумма длин которых меньше 1 см. Докажите, что эти окружности можно совместить так, чтобы ни одна отмеченная точка не попала на отмеченную дугу.
5. Дана бесконечная клетчатая бумага и фигура, площадь которой меньше площади клетки. Докажите, что эту фигуру можно положить на бумагу, не накрыв ни одной вершины клетки.
6. В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдется кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.
7. На поверхности правильного тетраэдра с ребром 1 см отмечены девять точек. Докажите, что среди этих точек найдутся две, расстояние между которыми (в пространстве) не превосходит 0,5 см.
8. Каждая целочисленная точка плоскости окрашена в один из трех цветов, причем все три цвета присутствуют. Докажите, что найдется прямоугольный треугольник с вершинами трех разных цветов.
9. Докажите, что в любом выпуклом  $2n$ -угольнике найдется диагональ, не параллельная ни одной из его сторон.
10. В выпуклом многоугольнике на плоскости содержится не меньше  $m^2 + 1$  точек с целыми координатами. Докажите, что в нем найдутся  $m + 1$  точек с целыми координатами, которые лежат на одной прямой.

## Принцип Дирихле в геометрии

1. На газоне в форме правильного треугольника со стороной 3 м растут 10 гвоздик. Докажите, что найдутся 10 гвоздик, все попарные расстояния между которыми не больше 1 м.
2. Петя Торт разрезал прямоугольный лист бумаги по прямой. Затем он разрезал по прямой один из получившихся кусков. Затем он проделал то же самое с одним из трех получившихся кусков и т.д. Докажите, что после некоторого количества разрезов заведомо можно выбрать среди получившихся кусков 100 многоугольников с одинаковым числом вершин (например, 100 треугольников или 100 четырехугольников и т.д.).
3. Точки окружности покрашены в два цвета. Докажите, что найдется равнобедренный треугольник с вершинами одного цвета.
4. Даны две окружности, длина каждой из которых равна 100 см. На одной из них отмечено 100 точек, а на другой — несколько дуг, сумма длин которых меньше 1 см. Докажите, что эти окружности можно совместить так, чтобы ни одна отмеченная точка не попала на отмеченную дугу.
5. Дана бесконечная клетчатая бумага и фигура, площадь которой меньше площади клетки. Докажите, что эту фигуру можно положить на бумагу, не накрыв ни одной вершины клетки.
6. В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдется кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.
7. На поверхности правильного тетраэдра с ребром 1 см отмечены девять точек. Докажите, что среди этих точек найдутся две, расстояние между которыми (в пространстве) не превосходит 0,5 см.
8. Каждая целочисленная точка плоскости окрашена в один из трех цветов, причем все три цвета присутствуют. Докажите, что найдется прямоугольный треугольник с вершинами трех разных цветов.
9. Докажите, что в любом выпуклом  $2n$ -угольнике найдется диагональ, не параллельная ни одной из его сторон.
10. В выпуклом многоугольнике на плоскости содержится не меньше  $m^2 + 1$  точек с целыми координатами. Докажите, что в нем найдутся  $m + 1$  точек с целыми координатами, которые лежат на одной прямой.