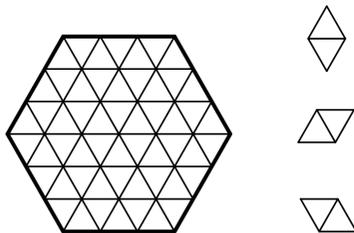


Тренировочный регион – 3

1. Считается, что ученик A лучше ученика B , если более чем в половине контрольных оценка A лучше оценки B . Катя, Маша и Петя не пропустили ни одной контрольной. Может ли быть так, что Маша лучше Кати, Катя лучше Пети, а Петя лучше Маши?
2. Существуют ли различные ненулевые цифры a, b, c такие, что
$$\overline{ab} : c, \quad \overline{bc} : a, \quad \overline{ca} : b?$$
3. В треугольнике ABC угол C — прямой, CD — высота. Биссектрисы углов ABC и ACD пересекаются в точке M , биссектрисы углов BAC и BCD — в точке N . Докажите, что длина отрезка MN равна радиусу вписанной окружности треугольника ABC .
4. По кругу расставлены n чисел ($n > 1000$), не все из которых равны. Известно, что сумма любых 13 стоящих подряд чисел не превосходит 13, а сумма любых 21 стоящих подряд чисел не превосходит 21. Докажите, что сумма всех чисел строго меньше n .
5. Правильный шестиугольник со стороной n разбит прямыми, параллельными его сторонам, на правильные треугольнички со стороной 1. Этот шестиугольник замостили плитками в виде ромбиков, каждая из которых покрывает два треугольничка. Докажите, что плиток, расположенных каждым из трёх способов, в этом замощении встретится поровну.



Тренировочный регион – 3

1. Считается, что ученик A лучше ученика B , если более чем в половине контрольных оценка A лучше оценки B . Катя, Маша и Петя не пропустили ни одной контрольной. Может ли быть так, что Маша лучше Кати, Катя лучше Пети, а Петя лучше Маши?
2. Существуют ли различные ненулевые цифры a, b, c такие, что
$$\overline{ab} : c, \quad \overline{bc} : a, \quad \overline{ca} : b?$$
3. В треугольнике ABC угол C — прямой, CD — высота. Биссектрисы углов ABC и ACD пересекаются в точке M , биссектрисы углов BAC и BCD — в точке N . Докажите, что длина отрезка MN равна радиусу вписанной окружности треугольника ABC .
4. По кругу расставлены n чисел ($n > 1000$), не все из которых равны. Известно, что сумма любых 13 стоящих подряд чисел не превосходит 13, а сумма любых 21 стоящих подряд чисел не превосходит 21. Докажите, что сумма всех чисел строго меньше n .
5. Правильный шестиугольник со стороной n разбит прямыми, параллельными его сторонам, на правильные треугольнички со стороной 1. Этот шестиугольник замостили плитками в виде ромбиков, каждая из которых покрывает два треугольничка. Докажите, что плиток, расположенных каждым из трёх способов, в этом замощении встретится поровну.

