Тренировочный регион – 2

1. Может ли число, составленное из цифр 0 и 2, быть степенью выше первой натурального числа?

2. На всех клетках доски 2020×2020 расставлены фишки трёх цветов. Оказалось, что рядом с любой фишкой стоят фишки обоих других цветов. Докажите, что какие-то фишки одного цвета стоят рядом (то есть в клетках, соседних по стороне).

3. Можно ли выбрать 100 последовательных чётных чисел и разбить их на пары (a_1, b_1), (a_2, b_2), …, (a_{50}, b_{50}) так, чтобы каждое из уравнений

$$x^2 + a_1x + b_1 = 0,\ x^2 + a_2x + b_2 = 0,\ \ldots,\ x^2 + a_{50}x + b_{50} = 0$$

имело целые корни?

4. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) нашлись такие точки P и Q соответственно, что

$$PC = PD \quad \text{и} \quad QB = QA\,.$$

Докажите, что $\angle AQB = \angle DPC$.

5. На окружности отмечены $2n$ ($n > 1$) точек, делящих окружность на равные дуги. Двое играют в следующую игру. Игрок своим ходом может стереть любой набор точек, которые делят окружность на равные части (при этом одну или $2n$ точек стирать нельзя). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?

[ЦПМ, кружок по математике, 9 класс] Доледенок, Трещёв
[*2019–2020*] группа: 9–2 *20 января 2020 г.*

Тренировочный регион – 2

1. Может ли число, составленное из цифр 0 и 2, быть степенью выше первой натурального числа?

2. На всех клетках доски 2020×2020 расставлены фишки трёх цветов. Оказалось, что рядом с любой фишкой стоят фишки обоих других цветов. Докажите, что какие-то фишки одного цвета стоят рядом (то есть в клетках, соседних по стороне).

3. Можно ли выбрать 100 последовательных чётных чисел и разбить их на пары (a_1, b_1), (a_2, b_2), …, (a_{50}, b_{50}) так, чтобы каждое из уравнений

$$x^2 + a_1x + b_1 = 0,\ x^2 + a_2x + b_2 = 0,\ \ldots,\ x^2 + a_{50}x + b_{50} = 0$$

имело целые корни?

4. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) нашлись такие точки P и Q соответственно, что

$$PC = PD \quad \text{и} \quad QB = QA\,.$$

Докажите, что $\angle AQB = \angle DPC$.

5. На окружности отмечены $2n$ ($n > 1$) точек, делящих окружность на равные дуги. Двое играют в следующую игру. Игрок своим ходом может стереть любой набор точек, которые делят окружность на равные части (при этом одну или $2n$ точек стирать нельзя). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?