

Тренировочный регион – 1

1. На столе лежат семь карточек. За один ход разрешается перевернуть любые пять карточек. Какое наименьшее число ходов необходимо совершить, чтобы перевернуть все карточки?
2. Пусть каждое из натуральных чисел n , $n + 1$, $n + 2$ делится на квадрат любого своего простого делителя. Докажите, что n делится на куб какого-то своего простого делителя.
3. Из точки A , расположенной вне окружности ω , проведены две касательные AB и AC к этой окружности. Точка D лежит на ω и диаметрально противоположна точке C . Точка H — основание перпендикуляра из точки B на прямую CD . Докажите, что прямая AD делит отрезок BH пополам.
4. В стране 20 городов. Авиакомпания хочет организовать двусторонние рейсы между ними так, чтобы из любого города можно было бы добраться до любого другого не более чем за k пересадок. При этом количество авиалиний из любого города не должно превышать четырёх. При каком наименьшем k это возможно?
5. Даны положительные числа x , y , z . Докажите неравенство

$$\frac{x+1}{y+1} + \frac{y+1}{z+1} + \frac{z+1}{x+1} \leq \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{z}{x}.$$