

Оценка + пример

1. Какое наибольшее число белых и черных фишек можно расставить на шахматной доске так, чтобы на каждой горизонтали и на каждой вертикали белых фишек было ровно в два раза больше, чем черных?
2. Какое наименьшее количество клеток нужно отметить на шахматной доске так, чтобы любая клетка либо была закрашена, либо имела общую сторону или вершину с уже закрашенной?
3. Каким наименьшим числом кругов радиуса 1 можно целиком накрыть круг радиуса 2?
4. Множество X состоит из $n > 100$ элементов. Какое наибольшее количество трехэлементных подмножеств можно выбрать в X так, чтобы любые два из них имели ровно один общий элемент?
5. На новом сайте зарегистрировалось 2000 человек. Каждый пригласил к себе в друзья по 1000 человек. Два человека объявляются друзьями тогда и только тогда, когда каждый из них пригласил другого в друзья. Какое наименьшее количество пар друзей могло образоваться?
6. Петя Торт красит клетки таблицы $n \times m$ по следующему правилу: если в каком-либо квадрате 2×2 уже закрашены три клетки, то он может закрасить четвертую. Какое наименьшее число клеток могло быть закрашено изначально, если известно, что Петя смог закрасить все клетки?
7. Безумный танкист (неподвижная точка плоскости) угрожает всех уничтожить, а отряд комсомольцев пытается огородить его бетонными стенами (непересекающиеся отрезки на плоскости). Снаряд танка пробивает k стен, но застревает в $(k + 1)$ -ой. Какое минимальное количество стен потребуется, чтобы вне зависимости от выбора танкистом направления стрельбы его снаряд застревал в одной из стен?
8. Леша кладет спички в клеточки таблицы 5×5 . Каждая спичка должна лежать полностью внутри одной из клеточек. Длина каждой спички равна длине диагонали клеточки. Спички не могут пересекаться (в том числе соприкасаться концами). Какое наибольшее количество спичек может выложить Леша?