Про чиселки

1. Найдите все натуральные n такие, что сумма цифр числа 5^n равна 2^n.

2. При каких натуральных n число $n^3 + 2n^2 + 11$ является кубом натурального числа?

3. О натуральных числах a, p, q известно, что $ap + 1$ делится на q, а $aq + 1$ делится на p. Докажите, что $a > \frac{pq}{2(p+q)}$.

4. Пусть n — натуральное число, $d' > d$ — два его натуральных делителя. Докажите, что $d' > d + \frac{d^2}{n}$.

5. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} > \sqrt{2}$. Докажите, что

$$\frac{a}{b} > \sqrt{2} + \frac{1}{4b^2}.$$

6. Числа 2^{2019} и 5^{2019} выписали друг за другом. Сколько цифр было выписано?

7. Пусть Q_n — сумма первых n простых чисел. Докажите, что между Q_{2019} и Q_{2020} содержится квадрат натурального числа.

8. $P(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами. Известно, что числа 1 и 2 являются его корнями. Докажите, что у многочлена найдётся коэффициент, который меньше -1.

9. Найдите все такие пары (a, b) натуральных чисел, что при любом натуральном n число $a^n + b^n$ является точной $(n+1)$-й степенью.

[ЦПМ, кружок по математике, 9 класс] Доледенок, Трещёв
[*2019-2020*] группа: 9–2 *24 октября 2019 г.*

Про чиселки

1. Найдите все натуральные n такие, что сумма цифр числа 5^n равна 2^n.

2. При каких натуральных n число $n^3 + 2n^2 + 11$ является кубом натурального числа?

3. О натуральных числах a, p, q известно, что $ap + 1$ делится на q, а $aq + 1$ делится на p. Докажите, что $a > \frac{pq}{2(p+q)}$.

4. Пусть n — натуральное число, $d' > d$ — два его натуральных делителя. Докажите, что $d' > d + \frac{d^2}{n}$.

5. Натуральные числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} > \sqrt{2}$. Докажите, что

$$\frac{a}{b} > \sqrt{2} + \frac{1}{4b^2}.$$

6. Числа 2^{2019} и 5^{2019} выписали друг за другом. Сколько цифр было выписано?

7. Пусть Q_n — сумма первых n простых чисел. Докажите, что между Q_{2019} и Q_{2020} содержится квадрат натурального числа.

8. $P(x)$ — многочлен с целыми коэффициентами. Известно, что числа 1 и 2 являются его корнями. Докажите, что у многочлена найдётся коэффициент, который меньше -1.

9. Найдите все такие пары (a, b) натуральных чисел, что при любом натуральном n число $a^n + b^n$ является точной $(n+1)$-й степенью.