

Графы

1. В спортклубе тренируются 100 толстяков, веса которых равны 1 кг, 2 кг, ..., 100 кг. На какое наименьшее число команд их можно разделить, чтобы ни в какой команде не было двух толстяков, один из которых вдвое тяжелее другого?
2. Все города страны, кроме столицы, расположены вдоль шоссе. Из столицы в каждый город ведет дорога. Две компании хотят приватизировать дороги и участки шоссе так, чтобы каждая компания могла проехать из любого города в любой другой только по своим дорогам. Смогут ли они это сделать при каком-нибудь числе городов, большем одного?
3. В некоторой стране каждый город соединён с каждым дорогой с односторонним движением. Докажите, что найдётся город, из которого можно добраться в любой другой.
4. В компании из $2n + 1$ человека для любых n человек найдётся отличный от них человек, знакомый с каждым из них. Докажите, что в этой компании есть человек, знающий всех.
5. На тренинг по личностному росту пришло 30 человек. Оказалось, что любых пятерых можно посадить за круглый стол с условием, чтобы рядом сидящие были знакомы. Какое минимальное количество пар знакомых может присутствовать на тренинге?
6. Есть семь человек, любых шестерых можно посадить за круглый стол так, чтобы каждый сидел рядом с двумя своими друзьями. Докажите, что можно так посадить всех семерых, что каждый будет сидеть рядом со своими друзьями.
7. В государстве система авиалиний устроена таким образом, что любой город соединен авиалиниями не более чем с тремя другими и из любого города в любой другой можно проехать, сделав не более одной пересадки. Какое максимальное число городов может быть в этом государстве?
8. В некотором государстве было 2019 городов, соединенных дорогами так, что из каждого города можно было добраться до любого другого. Известно, что при запрещенном проезде по любой из дорог по-прежнему из каждого города можно было добраться до любого другого. Министр транспорта и министр внутренних дел по очереди вводят на дорогах, пока есть возможность, одностороннее движение (на одной дороге за ход), причем министр, после хода которого из какого-либо города стало невозможно добраться до какого-либо другого, немедленно уходит в отставку. Может ли кто-либо из министров добиться отставки другого независимо от его игры?
9. В одном городе есть несколько (боле одного) автобусных маршрутов. При этом: 1) на каждом маршруте ровно три остановки; 2) с каждого маршрута на каждый можно пересесть, и при том на одной остановке; 3) с каждой остановки на каждую можно проехать без пересадки, и при том только одним маршрутом. Сколько автобусных маршрутов в этом городе?

Графы

1. В спортклубе тренируются 100 толстяков, веса которых равны 1 кг, 2 кг, ..., 100 кг. На какое наименьшее число команд их можно разделить, чтобы ни в какой команде не было двух толстяков, один из которых вдвое тяжелее другого?
2. Все города страны, кроме столицы, расположены вдоль шоссе. Из столицы в каждый город ведет дорога. Две компании хотят приватизировать дороги и участки шоссе так, чтобы каждая компания могла проехать из любого города в любой другой только по своим дорогам. Смогут ли они это сделать при каком-нибудь числе городов, большем одного?
3. В некоторой стране каждый город соединён с каждым дорогой с односторонним движением. Докажите, что найдётся город, из которого можно добраться в любой другой.
4. В компании из $2n + 1$ человека для любых n человек найдётся отличный от них человек, знакомый с каждым из них. Докажите, что в этой компании есть человек, знающий всех.
5. На тренинг по личностному росту пришло 30 человек. Оказалось, что любых пятерых можно посадить за круглый стол с условием, чтобы рядом сидящие были знакомы. Какое минимальное количество пар знакомых может присутствовать на тренинге?
6. Есть семь человек, любых шестерых можно посадить за круглый стол так, чтобы каждый сидел рядом с двумя своими друзьями. Докажите, что можно так посадить всех семерых, что каждый будет сидеть рядом со своими друзьями.
7. В государстве система авиалиний устроена таким образом, что любой город соединен авиалиниями не более чем с тремя другими и из любого города в любой другой можно проехать, сделав не более одной пересадки. Какое максимальное число городов может быть в этом государстве?
8. В некотором государстве было 2019 городов, соединенных дорогами так, что из каждого города можно было добраться до любого другого. Известно, что при запрещенном проезде по любой из дорог по-прежнему из каждого города можно было добраться до любого другого. Министр транспорта и министр внутренних дел по очереди вводят на дорогах, пока есть возможность, одностороннее движение (на одной дороге за ход), причем министр, после хода которого из какого-либо города стало невозможно добраться до какого-либо другого, немедленно уходит в отставку. Может ли кто-либо из министров добиться отставки другого независимо от его игры?
9. В одном городе есть несколько (боле одного) автобусных маршрутов. При этом: 1) на каждом маршруте ровно три остановки; 2) с каждого маршрута на каждый можно пересесть, и при том на одной остановке; 3) с каждой остановки на каждую можно проехать без пересадки, и при том только одним маршрутом. Сколько автобусных маршрутов в этом городе?