

Подсчёт двумя способами

1. Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, которые в ней сходятся, была одинаковой?
2. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое дежурили вместе хотя бы 14 раз.
3. (а) На доске написано несколько натуральных чисел. Петя посчитал, сколько на доске написано чисел, и записал результат. Затем Петя посчитал, сколько чисел, больших 1, первоначально было выписано на доске, и записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске, и записал результат. И так далее. Докажите, что сумма выписанных Петей чисел равна сумме первоначальных чисел.
(б) Докажите, что если с полученными числами проделать ту же операцию, то получится первоначальный набор чисел.
4. Туристическая фирма провела акцию: «Купи путёвку в Египет, приведи четырёх друзей, которые также купят путёвку, и получи стоимость путёвки обратно!». За всё время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?
5. Среди 90 человек у каждого не менее 10 друзей. Докажите, что любой человек может пригласить в гости трёх других так, что среди четырёх собравшихся у каждого будет не менее двух друзей.
6. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю, состоящей из одной клетки.)
7. На клетчатой бумаге нарисован выпуклый многоугольник M , причём все его вершины находятся в вершинах клеток и ни одна из его сторон не идёт по вертикали или горизонтали. Докажите, что сумма длин вертикальных отрезков линий сетки, заключённых внутри M , равна сумме длин горизонтальных отрезков линий сетки внутри.
8. На столе лежали две колоды, по 36 карт в каждой. Первую колоду перетасовали и положили на вторую. Затем для каждой карты первой колоды посчитали количество карт между ней и такой же картой второй колоды (т.е. сколько карт между семерками червей, между дамами пик, и т.д.). Чему равна сумма 36 полученных чисел?

Подсчёт двумя способами

1. Можно ли занумеровать рёбра куба натуральными числами от 1 до 12 так, чтобы для каждой вершины куба сумма номеров рёбер, которые в ней сходятся, была одинаковой?
2. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое дежурили вместе хотя бы 14 раз.
3. (а) На доске написано несколько натуральных чисел. Петя посчитал, сколько на доске написано чисел, и записал результат. Затем Петя посчитал, сколько чисел, больших 1, первоначально было выписано на доске, и записал результат. Потом он посчитал, сколько чисел, больших 2, первоначально было выписано на доске, и записал результат. И так далее. Докажите, что сумма выписанных Петей чисел равна сумме первоначальных чисел.
(б) Докажите, что если с полученными числами проделать ту же операцию, то получится первоначальный набор чисел.
4. Туристическая фирма провела акцию: «Купи путёвку в Египет, приведи четырёх друзей, которые также купят путёвку, и получи стоимость путёвки обратно!». За всё время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?
5. Среди 90 человек у каждого не менее 10 друзей. Докажите, что любой человек может пригласить в гости трёх других так, что среди четырёх собравшихся у каждого будет не менее двух друзей.
6. Может ли во время шахматной партии на каждой из 30 диагоналей остаться нечётное число фигур? (Угловая клетка также является диагональю, состоящей из одной клетки.)
7. На клетчатой бумаге нарисован выпуклый многоугольник M , причём все его вершины находятся в вершинах клеток и ни одна из его сторон не идёт по вертикали или горизонтали. Докажите, что сумма длин вертикальных отрезков линий сетки, заключённых внутри M , равна сумме длин горизонтальных отрезков линий сетки внутри.
8. На столе лежали две колоды, по 36 карт в каждой. Первую колоду перетасовали и положили на вторую. Затем для каждой карты первой колоды посчитали количество карт между ней и такой же картой второй колоды (т.е. сколько карт между семерками червей, между дамами пик, и т.д.). Чему равна сумма 36 полученных чисел?