9 класс **Комбинаторный разнобой** 13 апреля 2020

1. Даны 8 гирь весом $1, 2, \ldots, 8$ граммов, но неизвестно, какая из них сколько весит. Барон Мюнхгаузен заявил, что помнит, какая из гирек сколько весит, и в доказательство своей правоты готов провести одно взвешивание, в результате которого будет однозначно установлен вес хотя бы одной гири. Не обманывает ли он?

2. В команде сторожей у каждого есть разряд (натуральное число). Сторож N-го разряда N суток дежурит, потом N суток спит, снова N суток дежурит, N спит, и т.д. Разряды любых двух сторожей различаются хотя бы в 3 раза. Может ли такая команда осуществлять ежедневное дежурство? (Приступить к дежурству сторожа могут не одновременно, в один день могут дежурить несколько сторожей.)

3. Семизначный код, состоящий из семи различных цифр, назовем *хорошим*. Паролем сейфа является хороший код. Известно, что сейф откроется, если введён хороший код и на каком-нибудь месте цифра кода совпала с соответствующей цифрой пароля. Можно ли гарантированно открыть сейф быстрее, чем за семь попыток?

4. Хитрый профессор написал 1001 статью. В каждой статье он может поставить ссылки на другие статьи, но никакие две статьи не должны ссылаться друг на друга. Профессор получит *значимость* k, если после этого у него будет k статей, на каждую из которых ссылаются хотя бы k статей. Какой наибольшей значимости он может добиться?

5. В ряду 1100 мест, на первые 100 мест слева продано n билетов ($100 \leqslant n \leqslant 1100$). Зрители заходят по одному слева. Каждый зритель идёт до своего места, садится, если это место свободно, а если его место занято, то громко возмущается, смещается на одно место вправо; занимает это место, если оно свободно, а если занято, то опять громко возмущается и смещается на одно место вправо, и так далее, пока не найдёт свободное место. Докажите, что количество громких возмущений не зависит от порядка входа зрителей.

6. Вернувшись из отпуска, барон Мюнхгаузен рассказал: «Удивительная страна! Стоимости перелётов между всеми парами городов разные, но у всех циклических маршрутов, проходящих по всем городам, суммарная стоимость перелётов одинаковая». Известно, что городов больше 1000, и что любые два из них соединены двусторонней авиалинией, причём стоимость перелёта между двумя городами одинаковая в обоих направлениях. Могли ли слова барона оказаться правдой?

7. На столе лежат 365 карточек, на обратной стороне которых написаны различные числа. За один рубль Вася может выбрать 3 карточки и попросить Петю положить их слева направо так, чтобы числа на карточках располагались по возрастанию. Может ли Вася, потратив 2000 рублей, с гарантией выложить все 365 карточек на стол слева направо так, чтобы числа на них располагались по возрастанию?

8. Данила отметил 64 вершины графа, после чего провёл невидимыми чернилами какие-то рёбра между ними. Алина за один вопрос может узнать про любые две вершины, соединены ли они ребром. За какое наименьшее количество вопросов Алина сможет гарантированно определить, является ли граф Данилы связным?

9 класс **Комбинаторный разнобой** 13 апреля 2020

1. Даны 8 гирь весом $1, 2, \ldots, 8$ граммов, но неизвестно, какая из них сколько весит. Барон Мюнхгаузен заявил, что помнит, какая из гирек сколько весит, и в доказательство своей правоты готов провести одно взвешивание, в результате которого будет однозначно установлен вес хотя бы одной гири. Не обманывает ли он?

2. В команде сторожей у каждого есть разряд (натуральное число). Сторож N-го разряда N суток дежурит, потом N суток спит, снова N суток дежурит, N спит, и т.д. Разряды любых двух сторожей различаются хотя бы в 3 раза. Может ли такая команда осуществлять ежедневное дежурство? (Приступить к дежурству сторожа могут не одновременно, в один день могут дежурить несколько сторожей.)

3. Семизначный код, состоящий из семи различных цифр, назовем *хорошим*. Паролем сейфа является хороший код. Известно, что сейф откроется, если введён хороший код и на каком-нибудь месте цифра кода совпала с соответствующей цифрой пароля. Можно ли гарантированно открыть сейф быстрее, чем за семь попыток?

4. Хитрый профессор написал 1001 статью. В каждой статье он может поставить ссылки на другие статьи, но никакие две статьи не должны ссылаться друг на друга. Профессор получит *значимость* k, если после этого у него будет k статей, на каждую из которых ссылаются хотя бы k статей. Какой наибольшей значимости он может добиться?

5. В ряду 1100 мест, на первые 100 мест слева продано n билетов ($100 \leqslant n \leqslant 1100$). Зрители заходят по одному слева. Каждый зритель идёт до своего места, садится, если это место свободно, а если его место занято, то громко возмущается, смещается на одно место вправо; занимает это место, если оно свободно, а если занято, то опять громко возмущается и смещается на одно место вправо, и так далее, пока не найдёт свободное место. Докажите, что количество громких возмущений не зависит от порядка входа зрителей.

6. Вернувшись из отпуска, барон Мюнхгаузен рассказал: «Удивительная страна! Стоимости перелётов между всеми парами городов разные, но у всех циклических маршрутов, проходящих по всем городам, суммарная стоимость перелётов одинаковая». Известно, что городов больше 1000, и что любые два из них соединены двусторонней авиалинией, причём стоимость перелёта между двумя городами одинаковая в обоих направлениях. Могли ли слова барона оказаться правдой?

7. На столе лежат 365 карточек, на обратной стороне которых написаны различные числа. За один рубль Вася может выбрать 3 карточки и попросить Петю положить их слева направо так, чтобы числа на карточках располагались по возрастанию. Может ли Вася, потратив 2000 рублей, с гарантией выложить все 365 карточек на стол слева направо так, чтобы числа на них располагались по возрастанию?

8. Данила отметил 64 вершины графа, после чего провёл невидимыми чернилами какие-то рёбра между ними. Алина за один вопрос может узнать про любые две вершины, соединены ли они ребром. За какое наименьшее количество вопросов Алина сможет гарантированно определить, является ли граф Данилы связным?