

1. Фигура *кенгуру* бьёт 8 клеток, расположенных от неё на 2 или 3 клетки левее, правее, выше или ниже (а соседние клетки не бьёт). Какое наибольшее число не бьющих друг друга кенгуру можно расставить на доске 8×8 ?

2. Фигура *мамонт* бьёт как слон (по диагоналям), но только в трёх направлениях из четырёх (отсутствующее направление может быть разным для разных мамонтов). Какое наибольшее число не бьющих друг друга мамонтов можно расставить на шахматной доске 8×8 ?

3. На доске 300×300 расставлены ладьи, они бьют всю доску. Известно, что каждая ладья бьёт не более чем одну другую ладью. При каком наименьшем k в каждом квадрате $k \times k$ обязательно стоит хотя бы одна ладья?

4. k клеток клетчатого квадрата 20×20 окрашены в чёрный цвет, а остальные — в белый. Если в какой-то момент три из четырёх клеток, центры которых являются вершинами прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам квадрата, окрашены в чёрный цвет, то через минуту и четвёртая клетка тоже перекрашивается в чёрный. При каком наименьшем k может оказаться так, что через некоторое время весь квадрат станет чёрным?

5. Клетки квадрата 2020×2020 произвольно раскрашены в 4 цвета. Докажите, что количество Т-тетраминошек, клетки которых окрашены в 4 разных цвета, меньше, чем 51% от общего количества Т-тетраминошек.

6. Клетки таблицы 100×100 покрашены в чёрный и белый цвета. При этом во всех столбцах поровну чёрных клеток, в то время как во всех строках разные количества чёрных клеток. Каково максимальное возможное количество пар соседних по стороне разноцветных клеток?

7. Клетки доски 100×100 окрашены либо в чёрный, либо в белый цвет, причём все клетки, примыкающие к границе доски — чёрные. Оказалось, что нигде на доске нет одноцветного клетчатого квадрата 2×2 . Докажите, что найдётся клетчатый квадрат 2×2 , окрашенный в шахматную раскраску.

8. В каждой клетке таблицы 100×100 записано целое число. За один ход разрешается к выбранной клетке прибавить количество соседних по стороне клеток, а из соседних вычесть по единице. Из любой ли расстановки чисел с суммой 0 можно получить расстановку из всех нулей?

9. На доске $n \times n$ ($n > 2$) некоторые клетки чёрные, а остальные белые. В каждой белой клетке записано количество чёрных клеток, имеющих с ней хотя бы одну общую вершину. Найдите наибольшее возможное значение суммы всех записанных чисел.

1. Фигура *кенгуру* бьёт 8 клеток, расположенных от неё на 2 или 3 клетки левее, правее, выше или ниже (а соседние клетки не бьёт). Какое наибольшее число не бьющих друг друга кенгуру можно расставить на доске 8×8 ?

2. Фигура *мамонт* бьёт как слон (по диагоналям), но только в трёх направлениях из четырёх (отсутствующее направление может быть разным для разных мамонтов). Какое наибольшее число не бьющих друг друга мамонтов можно расставить на шахматной доске 8×8 ?

3. На доске 300×300 расставлены ладьи, они бьют всю доску. Известно, что каждая ладья бьёт не более чем одну другую ладью. При каком наименьшем k в каждом квадрате $k \times k$ обязательно стоит хотя бы одна ладья?

4. k клеток клетчатого квадрата 20×20 окрашены в чёрный цвет, а остальные — в белый. Если в какой-то момент три из четырёх клеток, центры которых являются вершинами прямоугольника со сторонами, параллельными сторонам квадрата, окрашены в чёрный цвет, то через минуту и четвёртая клетка тоже перекрашивается в чёрный. При каком наименьшем k может оказаться так, что через некоторое время весь квадрат станет чёрным?

5. Клетки квадрата 2020×2020 произвольно раскрашены в 4 цвета. Докажите, что количество Т-тетраминошек, клетки которых окрашены в 4 разных цвета, меньше, чем 51% от общего количества Т-тетраминошек.

6. Клетки таблицы 100×100 покрашены в чёрный и белый цвета. При этом во всех столбцах поровну чёрных клеток, в то время как во всех строках разные количества чёрных клеток. Каково максимальное возможное количество пар соседних по стороне разноцветных клеток?

7. Клетки доски 100×100 окрашены либо в чёрный, либо в белый цвет, причём все клетки, примыкающие к границе доски — чёрные. Оказалось, что нигде на доске нет одноцветного клетчатого квадрата 2×2 . Докажите, что найдётся клетчатый квадрат 2×2 , окрашенный в шахматную раскраску.

8. В каждой клетке таблицы 100×100 записано целое число. За один ход разрешается к выбранной клетке прибавить количество соседних по стороне клеток, а из соседних вычесть по единице. Из любой ли расстановки чисел с суммой 0 можно получить расстановку из всех нулей?

9. На доске $n \times n$ ($n > 2$) некоторые клетки чёрные, а остальные белые. В каждой белой клетке записано количество чёрных клеток, имеющих с ней хотя бы одну общую вершину. Найдите наибольшее возможное значение суммы всех записанных чисел.