

**Общие формулы.**

- Условие, что  $z \in \mathbb{R}$ , равносильно условию  $z = \bar{z}$ .
- Условие, что  $z$  — чисто мнимое, равносильно условию  $z = -\bar{z}$ .
- $|AB|^2 = (a - b)(\bar{a} - \bar{b})$ .
- $A, B, C$  коллинеарны  $\iff \frac{a-b}{a-c} \in \mathbb{R}$ .
- $AB \parallel CD \iff \frac{a-b}{c-d} \in \mathbb{R}$ .
- $AB \perp CD \iff \frac{a-b}{c-d} \in i\mathbb{R}$ .
- $\angle A_1B_1C_1 = \angle A_2B_2C_2 \iff \frac{a_1-b_1}{c_1-b_1} : \frac{a_2-b_2}{c_2-b_2} \in \mathbb{R}$ .
- $A, B, C, D$  коцикличны  $\iff \frac{a-c}{b-c} : \frac{a-d}{b-d} \in \mathbb{R}$ .
- Формула скалярного произведения  $(u, v) = \frac{1}{2} \cdot (u\bar{v} + v\bar{u})$ .
- $M$  — середина  $AB \iff m = \frac{a+b}{2}$ .
- $M$  на отрезке  $AB$  такова, что  $\frac{AM}{MB} = \frac{p}{q} \iff m = \frac{q}{p+q} \cdot a + \frac{p}{p+q} \cdot b$ .
- $M$  — точка пересечения медиан треугольника  $ABC \iff m = \frac{a+b+c}{3}$ .

**Формулы для работы с единичной окружностью  $\Omega$ .**

- $Z \in \Omega \iff z\bar{z} = 1$ .
- $AB \perp CD$  ( $A, B, C, D \in \Omega$ )  $\iff ab + cd = 0$ .
- $Z \in AB$  ( $A, B \in \Omega$ )  $\iff z + ab\bar{z} = a + b$ .
- $ZA$  касается  $\Omega$  ( $A \in \Omega$ )  $\iff z + a^2\bar{z} = 2a$ .
- $Z$  — точка пересечения касательных к  $A$  и  $B$  к  $\Omega \iff z = \frac{2ab}{a+b}$ .
- $K$  — проекция  $Z$  на  $AB$  ( $A, B \in \Omega$ )  $\iff k = \frac{a+b+z-ab\bar{z}}{2}$ .
- $H$  — ортоцентр  $ABC$  ( $A, B, C \in \Omega$ )  $\iff h = a + b + c$ .

**Общие формулы.**

- Условие, что  $z \in \mathbb{R}$ , равносильно условию  $z = \bar{z}$ .
- Условие, что  $z$  — чисто мнимое, равносильно условию  $z = -\bar{z}$ .
- $|AB|^2 = (a - b)(\bar{a} - \bar{b})$ .
- $A, B, C$  коллинеарны  $\iff \frac{a-b}{a-c} \in \mathbb{R}$ .
- $AB \parallel CD \iff \frac{a-b}{c-d} \in \mathbb{R}$ .
- $AB \perp CD \iff \frac{a-b}{c-d} \in i\mathbb{R}$ .
- $\angle A_1B_1C_1 = \angle A_2B_2C_2 \iff \frac{a_1-b_1}{c_1-b_1} : \frac{a_2-b_2}{c_2-b_2} \in \mathbb{R}$ .
- $A, B, C, D$  коцикличны  $\iff \frac{a-c}{b-c} : \frac{a-d}{b-d} \in \mathbb{R}$ .
- Формула скалярного произведения  $(u, v) = \frac{1}{2} \cdot (u\bar{v} + v\bar{u})$ .
- $M$  — середина  $AB \iff m = \frac{a+b}{2}$ .
- $M$  на отрезке  $AB$  такова, что  $\frac{AM}{MB} = \frac{p}{q} \iff m = \frac{q}{p+q} \cdot a + \frac{p}{p+q} \cdot b$ .
- $M$  — точка пересечения медиан треугольника  $ABC \iff m = \frac{a+b+c}{3}$ .

**Формулы для работы с единичной окружностью  $\Omega$ .**

- $Z \in \Omega \iff z\bar{z} = 1$ .
- $AB \perp CD$  ( $A, B, C, D \in \Omega$ )  $\iff ab + cd = 0$ .
- $Z \in AB$  ( $A, B \in \Omega$ )  $\iff z + ab\bar{z} = a + b$ .
- $ZA$  касается  $\Omega$  ( $A \in \Omega$ )  $\iff z + a^2\bar{z} = 2a$ .
- $Z$  — точка пересечения касательных к  $A$  и  $B$  к  $\Omega \iff z = \frac{2ab}{a+b}$ .
- $K$  — проекция  $Z$  на  $AB$  ( $A, B \in \Omega$ )  $\iff k = \frac{a+b+z-ab\bar{z}}{2}$ .
- $H$  — ортоцентр  $ABC$  ( $A, B, C \in \Omega$ )  $\iff h = a + b + c$ .