9 класс | Комплексная добавка | 17 октября 2019

1. С помощью комплексных чисел докажите, что

$$\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}=-\frac{1}{2}.$$

2. Решите в комплексных числах уравнение $(z+i)^{2019}+(z-i)^{2019}=0$.

3. Многочлен $x^{2019}+y^{2019}$ представили как многочлен от переменных $u=x+y$ и $v=xy$. Найдите сумму его коэффициентов.

4. Разложите на множители с действительными коэффициентами не выше второй степени выражение

$$z^8+z^7+z^6+z^5+z^4+z^3+z^2+z+1.$$

5. Введите удобную систему координат и докажите, что ГМТ плоскости с фиксированным отношением (не равном 1) расстояний до двух данных точек есть окружность.

6. Правильный n-угольник вписан в единичную окружность. Вычислите

а) сумму квадратов всех его сторон и диагоналей;
б) сумму длин всех его сторон и диагоналей;
в) произведение длин всех его сторон и диагоналей.

7. Правильный n-угольник $A_1A_2\ldots A_n$ с центром O вписан в единичную окружность, причём n нечётно. Докажите, что

$$|\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OA_4}+\overrightarrow{OA_9}+\ldots+\overrightarrow{OA_{n^2}}|=\sqrt{n},$$

где $A_k\equiv A_l$ тогда и только тогда, когда $k\equiv l\pmod n$.

9 класс | Комплексная добавка | 17 октября 2019

1. С помощью комплексных чисел докажите, что

$$\cos\frac{2\pi}{7}+\cos\frac{4\pi}{7}+\cos\frac{6\pi}{7}=-\frac{1}{2}.$$

2. Решите в комплексных числах уравнение $(z+i)^{2019}+(z-i)^{2019}=0$.

3. Многочлен $x^{2019}+y^{2019}$ представили как многочлен от переменных $u=x+y$ и $v=xy$. Найдите сумму его коэффициентов.

4. Разложите на множители с действительными коэффициентами не выше второй степени выражение

$$z^8+z^7+z^6+z^5+z^4+z^3+z^2+z+1.$$

5. Введите удобную систему координат и докажите, что ГМТ плоскости с фиксированным отношением (не равном 1) расстояний до двух данных точек есть окружность.

6. Правильный n-угольник вписан в единичную окружность. Вычислите

а) сумму квадратов всех его сторон и диагоналей;
б) сумму длин всех его сторон и диагоналей;
в) произведение длин всех его сторон и диагоналей.

7. Правильный n-угольник $A_1A_2\ldots A_n$ с центром O вписан в единичную окружность, причём n нечётно. Докажите, что

$$|\overrightarrow{OA_1}+\overrightarrow{OA_4}+\overrightarrow{OA_9}+\ldots+\overrightarrow{OA_{n^2}}|=\sqrt{n},$$

где $A_k\equiv A_l$ тогда и только тогда, когда $k\equiv l\pmod n$.