

1. Туристическая фирма провела акцию: "Купи путёвку в Египет, приведи четырёх друзей, которые также купят путёвку, и получи стоимость путёвки обратно!" За всё время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?

2. В классе 21 ученик. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то — нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2019 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из шестерых человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 145 рукопожатий.

3. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое дежурили вместе хотя бы 14 раз.

4. 300 карточек — 100 белых, 100 чёрных и 100 красных — сложены в стопку. Для каждой белой карточки подсчитали количество чёрных ниже её, для каждой чёрной — количество красных ниже её, для каждой красной — количество белых ниже её. Найдите наибольшее возможное значение суммы 300 получившихся чисел.

5. Среди 90 человек у каждого не менее 10 друзей. Докажите, что любой человек может пригласить в гости трёх других так, что среди четырёх собравшихся у каждого будет не менее двух друзей.

6. Остроугольный треугольник разрезали прямолинейным разрезом на две части (не обязательно треугольные), затем одну из этих частей — опять на две части, и так далее: на каждом шагу выбирали любую одну из имеющихся частей и разрезали её (по прямой) на две части. Через несколько шагов оказалось, что исходный треугольник распался на несколько треугольников. Могут ли все они быть тупоугольными?

7. В стране 2000 городов. Каждый город связан беспосадочными двусторонними авиалиниями с некоторыми другими городами, причём для каждого города число исходящих из него авиалиний есть степень двойки. Для каждого города статист подсчитал количество маршрутов, имеющих не более одной пересадки, связывающих данный город с другими городами, а затем просуммировал полученные результаты по всем 2000 городам. Могло ли у него получиться 100000?

8. Рассмотрим все треугольники с вершинами в вершинах выпуклого 1000-угольника. Докажите, что любая точка, не лежащая на сторонах таких треугольников, покрыта чётным числом из них.

9. Каждые два из 21 города соединены прямым рейсом одной из четырёх авиакомпаний. Докажите, что существует замкнутый маршрут из четырёх рейсов одной авиакомпании.

1. Туристическая фирма провела акцию: "Купи путёвку в Египет, приведи четырёх друзей, которые также купят путёвку, и получи стоимость путёвки обратно!" За всё время действия акции 13 людей пришли сами, а остальных привели друзья. При этом некоторые привели ровно по 4 друга, а остальные 100 не привели никого. Сколько туристов отправилось в страну пирамид бесплатно?

2. В классе 21 ученик. Каждый день какие-то пары из них жмут друг другу руки, а какие-то — нет. Известно, что всего за месяц было совершено 2019 рукопожатий. Докажите, что можно выделить группу из шестерых человек так, чтобы между детьми из этой группы было совершено не менее 145 рукопожатий.

3. Во взводе 10 человек. В каждый из 100 дней какие-то четверо назначались дежурными. Докажите, что какие-то двое дежурили вместе хотя бы 14 раз.

4. 300 карточек — 100 белых, 100 чёрных и 100 красных — сложены в стопку. Для каждой белой карточки подсчитали количество чёрных ниже её, для каждой чёрной — количество красных ниже её, для каждой красной — количество белых ниже её. Найдите наибольшее возможное значение суммы 300 получившихся чисел.

5. Среди 90 человек у каждого не менее 10 друзей. Докажите, что любой человек может пригласить в гости трёх других так, что среди четырёх собравшихся у каждого будет не менее двух друзей.

6. Остроугольный треугольник разрезали прямолинейным разрезом на две части (не обязательно треугольные), затем одну из этих частей — опять на две части, и так далее: на каждом шагу выбирали любую одну из имеющихся частей и разрезали её (по прямой) на две части. Через несколько шагов оказалось, что исходный треугольник распался на несколько треугольников. Могут ли все они быть тупоугольными?

7. В стране 2000 городов. Каждый город связан беспосадочными двусторонними авиалиниями с некоторыми другими городами, причём для каждого города число исходящих из него авиалиний есть степень двойки. Для каждого города статист подсчитал количество маршрутов, имеющих не более одной пересадки, связывающих данный город с другими городами, а затем просуммировал полученные результаты по всем 2000 городам. Могло ли у него получиться 100000?

8. Рассмотрим все треугольники с вершинами в вершинах выпуклого 1000-угольника. Докажите, что любая точка, не лежащая на сторонах таких треугольников, покрыта чётным числом из них.

9. Каждые два из 21 города соединены прямым рейсом одной из четырёх авиакомпаний. Докажите, что существует замкнутый маршрут из четырёх рейсов одной авиакомпании.