

## Неравенство Седракияна

В данном листке все переменные по умолчанию принимают только положительные значения.

1. Докажите, что

$$\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}.$$

2. **Неравенство Седракияна.** Докажите, что

$$\frac{a_1^2}{b_1} + \frac{a_2^2}{b_2} + \dots + \frac{a_n^2}{b_n} \geq \frac{(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2}{b_1 + b_2 + \dots + b_n}.$$

3. Докажите, что равенство в неравенстве Седракияна достигается тогда и только тогда, когда

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2} = \dots = \frac{a_n}{b_n}.$$

В данном листке все переменные по умолчанию принимают только положительные значения. Докажите неравенства.

- 1.

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} \geq \frac{9}{2(a+b+c)}.$$

- 2.

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} \geq \frac{3}{2}.$$

- 3.

$$\frac{12}{a+b+c+d} \leq \frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+d} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+d} + \frac{1}{c+d}.$$

- 4.

$$\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a+c} + \frac{1}{a+d} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{b+d} + \frac{1}{c+d} \leq \frac{3}{4} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right).$$

- 5.

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+d} + \frac{c}{d+a} + \frac{d}{a+b} \geq 2.$$

6. Пусть  $abc = 1$ . Докажите, что

$$\frac{1}{a^3(b+c)} + \frac{1}{b^3(c+a)} + \frac{1}{c^3(a+b)} \geq \frac{3}{2}.$$