Запусти процесс

1. На олимпиаде у каждого участника не более 25 знакомых. Докажите, что можно рассадить всех участников по трём аудиториям так, чтобы у каждого в его аудитории было не более 8 знакомых.

2. На плоскости заданы $2n$ точек, причём никакие три точки не лежат на одной прямой. Докажите, что эти точки являются концами n непересекающихся отрезков.

3. Ученики школы посещают кружки. Докажите, что можно несколько школьников принять в пионеры так, чтобы в каждом кружке был хотя бы один пионер и для любого пионера нашелся кружок, в котором он был бы единственным пионером.

4. На клетках доски 10×10 лежит по алмазу так, что на соседних по стороне клетках веса различны. Докажите, что алмазы можно переложить на клетки доски 2×50 так, чтобы по-прежнему веса на соседних клетках были различны.

5. На окружности расставлено несколько положительных чисел, каждое из которых не больше 1. Докажите, что можно разделить окружность на три дуги так, что суммы чисел на соседних дугах будут отличаться не больше чем на 1. (Если на дуге нет чисел, то сумма на ней считается равной нулю.)

6. У Карлсона есть 100 банок с вареньем. Банки не обязательно одинаковые, но в каждой не больше, чем третья часть всего варенья. На завтрак Карлсон может съесть поровну варенья из любых трёх банок. Докажите, что Карлсон может действовать так, чтобы за некоторое количество завтраков съесть все варенье.

7. На плоскости заданы $2n$ точек — n синих и n красных, причём никакие три точки не лежат на одной прямой. Докажите, что можно провести n отрезков так, что у каждого отрезка один конец лежит в красной точке, другой — в синей точке, и никакие два отрезка не имеют общих точек.

8. Круг разбит на n секторов, в некоторых секторах стоят фишки — всего фишек $n+1$. Затем позиция подвергается преобразованиям. Один шаг преобразования состоит в следующем: берутся какие-нибудь две фишки, стоящие в одном секторе, и переставляются в разные стороны в соседние секторы. Докажите, что через некоторое число шагов не менее половины секторов будет занято.

9. На координатной плоскости лежит правильный пятиугольник. Докажите, что хотя бы у одной из его вершин есть нецелая координата.

10. Дан граф, в котором максимальный полный подграф имеет четное число вершин. Докажите, что вершины исходного графа можно так разбить на две части, что размеры наибольших полных подграфов в этих частях совпадают.