

Графские оценки

1. В графе $2n + 1$ вершин, а все его рёбра покрашены в три цвета так, что для любой пары цветов от каждой вершины можно добраться до каждой, пользуясь ребрами только этих двух цветов. Какое наименьшее число рёбер может быть в этом графе?
2. Город представляет из себя квадрат 5×5 , в котором каждая сторона квартала-квадратика — участок улицы длины 500 метров. Какой наименьший путь придётся проделать катку, чтобы заасфальтировать улицы?
3. На чемпионат по игре в шляпу приехало n команд, в каждой из которых по два человека. Все $2n$ участников произвольным образом уселись за круглый стол. После этого все спохватились, что игру можно начать, только когда люди из одной команды будут сидеть напротив. За одно действие разрешается поменять любых двух участников местами. Какое наименьшее число действий придётся совершить, чтобы гарантировано можно было начать игру?
4. Гидры состоят из голов и шей (любая шея соединяет ровно две головы). Одним ударом меча можно снести все шеи, выходящие из какой-то одной головы A гидры. Но при этом из головы A мгновенно вырастает по одной шее во все головы, с которыми A не была соединена. Геракл побеждает гидру, если ему удастся разрубить ее на две несвязанные шеями части. Найдите наименьшее n , при котором Геракл сумеет победить любую стошею гидру, нанеся не более n ударов.
5. На турнир приехали 2019 участников. Известно, что среди любых шести из них найдутся четыре попарно знакомых. Какое наименьшее число пар знакомых может быть среди участников турнира?
6. Дан граф на 100 вершинах. Известно, что при удалении любой вершины в полученном графе можно выделить 33 треугольника, не имеющих общих вершин. Какое наименьшее число ребер может быть в данном графе?