

Степень вхождения простого

1. Незнайка хочет записать по кругу 12345 натуральных чисел так, чтобы для каждых двух соседних чисел частное от деления большего на меньшее было простым числом. Знайка утверждает, что это невозможно. Прав ли Знайка?
2. Какое наименьшее число N такое, что $N!$ заканчивается на 2019 нулей?
3. Докажите, что $n!$ не делится на 2^n .
4. Два игрока по очереди выписывают делители натурального числа N . При этом нельзя повторять те числа, которые уже выписывали ранее, и каждое выписанное число должно быть взаимно просто с числом, которое только что выписал соперник. Кто выигрывает при правильной игре?
5. Даны натуральные числа a и b , причем $a < 1000$. Докажите, что если a^{21} делится на b^{10} , то a^2 делится на b .
6. Петя выбрал несколько последовательных натуральных чисел и каждое записал либо красным, либо синим карандашом (оба цвета присутствуют). Может ли сумма наименьшего общего кратного всех красных чисел и наименьшего общего кратного всех синих чисел являться степенью двойки?
7. Дано 41 различное натуральное число, меньшее 1000. Известно, что среди любых трех из них есть два, дающих в произведении точный квадрат. Докажите, что среди этих чисел есть точный квадрат.
8. Решите в натуральных числах уравнение $(n + 1)(2n + 1) = 10m^2$.
9. Докажите, что произведение всех целых чисел от $2^{1019} + 1$ до $2^{2019} - 1$ включительно не есть квадрат целого числа.