

## Турниры

1. Докажите, что можно устроить полный однокруговой турнир на  $n$  команд в  $n - 1$  тур, если **(а)**  $n = 2^k$  **(б)**  $n$  — любое четное число.
2. В круговом турнире с  $2^n$  участниками не было ничьих. Докажите, что можно выбрать и занумеровать  $n+1$  участников так, что каждый, начиная со второго, победил всех участников с меньшими номерами.
3. В гоночном турнире 12 этапов и  $n$  участников. После каждого этапа все участники в зависимости от занятого места  $k$  получают баллы  $a_k$  (числа  $a_k$  натуральны и  $a_1 > a_2 > \dots > a_n$ ). При каком наименьшем  $n$  устроитель турнира может выбрать числа  $a_1, \dots, a_n$  так, что после предпоследнего этапа при любом возможном распределении мест хотя бы двое участников имели шансы занять первое место.
4. В однокруговом турнире участвовало  $n$  команд. Назовём игру *косой*, если в ней встретились команды, которые перед этой игрой участвовали в сумме в нечётном числе игр этого турнира. Для каких  $n$  турнир может пройти без косых игр?
5. 2019 теннисистов сыграли полный однокруговой турнир. Назовем тройку игроков  $A, B, C$  *правильной*, если  $A$  выиграл  $B$  и  $C$ ,  $B$  выиграл  $C$ . Какое наименьшее количество правильных троек могло быть?
6. Есть 32 волейбольные команды, пронумерованных числами от 1 до 32. В любом волейбольном матче побеждает команда с меньшим номером. **(а)** За какое наименьшее число матчей можно наверняка найти команды 1 и 2? **(б)** Покажите, как за 40 матчей наверняка найти команды с номерами 1, 2 и 3.