

Порядок в голове — порядок в жизни

1. Девять чисел таковы, что сумма каждых четырёх из них меньше суммы пяти остальных. Докажите, что все числа положительны.
2. На плоскости отмечено $2n + 2$ точки, никаких три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что можно выбрать две из них так, что соединяющая их прямая делит оставшиеся $2n$ точек пополам.
3. На плоскости до 600 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что можно покрасить их в 200 цветов так, чтобы отрезки, соединяющие одноцветные точки, не пересекались.
4. Даны натуральные числа $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_{10}$. Обозначим через b_i наибольший собственный делитель числа a_i . Оказалось, что $b_{10} > b_9 > b_8 > \dots > b_1$. Докажите, что $a_1 > 500$.
5. Каждый из 100 преподавателей придумал несколько задач по комбинаторике и по геометрии. Докажите, что можно так выбрать 51 преподавателя, что суммарно они придумали не менее половины всех задач по комбинаторике и не менее половины всех задач по геометрии, если
 - (а) каждый из них в сумме придумал n задач;
 - (б) они могли придумать разное количество задач.
6. Докажите, что из 25 натуральных чисел можно выбрать 2, сумма и разность которых не совпадает ни с одним из 23 оставшихся.