Балакин А. А., Гусев А. С., Захаров Д. А.,
Кушнир А. Ю., Ретинский В. И.

группа: 7 класс *21 марта 2020 г.*

Принцип узких мест

1. Для каких n можно расставить натуральные числа от 1 до n (каждое ровно по разу) по кругу так, чтобы сумма любых двух соседних чисел делилась на следующее по часовой стреле число?

2. В клетках квадрата 8×8 расставлены целые числа так, что каждое является средним арифметическим каких-то двух своих соседей. Какое наибольшее количество различных чисел может быть в этой таблице?

3. Можно ли расставить натуральные числа в клетках шахматной доски так, чтобы в каждой паре соседних клеток (имеющих хотя бы одну общую вершину) одно из чисел делилось на другое, а в каждой паре несоседних клеток такого не было?

4. Какое наименьшее число **(a)** слонов **(b)** коней можно поставить на шахматную доску так, чтобы каждую из незанятых клеток била хотя бы одна фигура?

5. В круге провели несколько (конечное число) различных хорд так, что каждый из них проходит через середину какой-либо другой из проведенных хорд. Докажите, что все эти хорды являются диаметрами круга.

6. Дана бесконечная клетчатая плоскость. Петя и Вася ходят по очереди, начиная с **(a)** Пети **(b)** Васи. В свой ход игрок ориентирует одну из сторон, которую еще никто не ориентировал. Петя хочет получить ориентированный цикл из сторон. Докажите, что Вася может помешать ему.