

Добавка

1. Пусть d_1, d_2, \dots, d_n – натуральные числа, сумма которых равна $2n - 2$. Докажите, что число помеченных деревьев на n вершинах таких, что степень i -ой вершины равняется d_i , в точности $\frac{(n-2)!}{(d_1-1)! \dots (d_n-1)!}$.
2. Сколько существует помеченных деревьев на n вершинах, в которых вершины $n - 1$ и n соединены **(а)** ребром **(б)** путем длины k ?

Связный граф, в котором есть ровно один цикл, называется *унициклическим*. Аналогично помеченным деревьям, мы можем рассмотреть помеченные унициклические графы.

3. Докажите, что количество помеченных унициклических графов на n вершинах, имеющих цикл длины k , равняется

$$\frac{1}{2}(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)n^{n-k}$$

4. Докажите, что помеченных деревьев на $k+l$ вершинах, в которых любое ребро соединяет вершину с номером от 1 до k с вершиной с номером от $k+1$ до $k+l$, в точности $k^{l-1}l^{k-1}$.