

Египетские дроби

Дроби с числителем 1 и натуральным знаменателем будем называть *египетскими дробями*, а разложение рационального числа в сумму попарно различных египетских дробей – *египетской суммой*.

- а) Для каких натуральных N единицу можно представить в виде египетской суммы из N слагаемых?
б) Существуют ли египетские разложения, в которых все знаменатели нечетны?
- Найдите египетское разложение $\frac{2}{2n+1}$ в сумму наименьшего числа слагаемых.
- Докажите, что числа вида $\frac{3}{3k+2}$ представляются в виде суммы двух различных египетских дробей.
- Найдите число способов разложить $\frac{1}{n}$ в сумму двух различных египетских дробей.
- Докажите, что при каждом s уравнение

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_s} = 1$$

в натуральных числах имеет конечное число решений.

- Докажите, что любое положительное рациональное число $\frac{m}{n}$ может быть представлено в виде египетской суммы.