

Серия 11. Оценка+пример



Найдите наименьшее натуральное число, кратное 80, в котором можно так переставить две его различные цифры, что получившееся число также будет кратно 80



Саша обнаружил, что на калькуляторе осталось ровно n рабочих кнопок с цифрами. Оказалось, что любое натуральное число от 1 до 99 999 999 можно либо набрать, используя лишь рабочие цифры, либо получить как сумму двух натуральных чисел, каждое из которых можно набрать, используя лишь рабочие цифры. Каково наименьшее n , при котором это возможно?



Все клетки квадратной таблицы $n \times n$ пронумерованы в некотором порядке числами от 1 до n^2 . Петя делает ходы по следующим правилам. Первым ходом он ставит ладью в любую клетку. Каждым последующим ходом Петя может либо поставить новую ладью на какую-то клетку, либо переставить ладью из клетки с номером a ходом по горизонтали или по вертикали в клетку с номером большим, чем a . Каждый раз, когда ладья попадает в клетку, эта клетка немедленно закрашивается; ставить ладью на закрашенную клетку запрещено. Какое наименьшее количество ладей потребуется Пете, чтобы независимо от исходной нумерации он смог за несколько ходов закрасить все клетки таблицы?



Изначально на столе лежат 111 кусков пластилина одинаковой массы. За одну операцию можно выбрать несколько групп по одинаковому количеству кусков и в каждой группе весь пластилин слепить в один кусок. За какое наименьшее количество операций можно получить ровно 11 кусков, любые два из которых имеют различные массы?



Назовём *расстоянием* между двумя клетками клетчатой доски наименьшее количество ходов за которое шахматный король может добраться от одной из них до другой. Найдите наибольшее количество клеток которое можно отметить на доску 100×100 так, чтобы среди них не нашлось двух клеток, расстояние между которыми равно 15.



Есть клетчатая доска 2015×2015 . Дима ставит в k клеток по детектору. Затем Коля располагает на доске клетчатый корабль в форме квадрата 1500×1500 . Детектор в клетке сообщает Диме, накрыта эта клетка кораблём или нет. При каком наименьшем k Дима может расположить детекторы так, чтобы гарантированно восстановить расположение корабля?



Назовём лодочкой трапецию с основаниями 1 и 3, получающуюся приклеиванием к противоположным сторонам единичного квадрата двух треугольничков (полуклеток). В квадрате 100×100 расположена невидимая лодочка (её можно поворачивать, она не выходит за границы квадрата, её средняя клетка целиком лежит на одной из клеток квадрата). Одним выстрелом можно накрыть любую треугольную половинку клетки. Если выстрел пересекается с внутренностью лодочки (т. е. пересечение треугольника выстрела с лодочкой имеет ненулевую площадь), то она считается потопленной. Какого наименьшего количества выстрелов достаточно, чтобы наверняка потопить лодочку?



В некоторых клетках квадрата 200×200 стоит по одной фишке — красной или синей; остальные клетки пусты. Одна фишка видит другую, если они находятся в одной строке или одном столбце. Известно, что каждая фишка видит ровно пять фишек другого цвета (и, возможно, некоторое количество фишек своего цвета). Найдите наибольшее возможное количество фишек, стоящих в клетках.