

Серия 32. Бесконечность

-Пап, а звёзд на небе бесконечно?

-Конечно, сынок!

В задачах 4-6 пункт а - конечное число объектов, пункт б - счётное

1. По данным последней записи на листочек посещаемости, в 11-2 ходит счётное число школьников. Кроме того, у каждого из них есть балл на чудо-олимпиаде (особенность чудо-олимпиады в том, что участник может отдавать свои баллы другим участникам). Докажите, что они могут перераспределить баллы так, что у всех из них будет больше миллиона баллов.
2. Кузнечик стартует из точки 0 и скачет по целым точкам числовой прямой. Длина его прыжка не превышает 2020.
 - а) Может ли он побывать ровно по одному разу во всех целых точках от -1568962 до 1568962?
 - б) Может ли он побывать ровно по одному разу во всех целых точках числовой прямой?
3.
 - а) Можно ли покрыть прямую с помощью 2017 кругов?
 - б) Можно ли покрыть плоскость с помощью 2017 полос (полоса часть плоскости между параллельными прямыми)?
4. Можно ли покрыть плоскость внутренностями парабол?
5. Можно ли покрыть плоскость углами с суммарной градусной мерой 2° ?
6. Плотностью арифметической прогрессии $a + bk$, $k = 0, 1, 2, \dots$ назовем величину $\frac{1}{b}$. Можно ли покрыть все натуральные числа арифметическими прогрессиями с суммарной плотностью меньше 1?

Серия 32. Бесконечность

-Пап, а звёзд на небе бесконечно?

-Конечно, сынок!

В задачах 4-6 пункт а - конечное число объектов, пункт б - счётное

1. По данным последней записи на листочек посещаемости, в 11-2 ходит счётное число школьников. Кроме того, у каждого из них есть балл на чудо-олимпиаде (особенность чудо-олимпиады в том, что участник может отдавать свои баллы другим участникам). Докажите, что они могут перераспределить баллы так, что у всех из них будет больше миллиона баллов.
2. Кузнечик стартует из точки 0 и скачет по целым точкам числовой прямой. Длина его прыжка не превышает 2020.
 - а) Может ли он побывать ровно по одному разу во всех целых точках от -1568962 до 1568962?
 - б) Может ли он побывать ровно по одному разу во всех целых точках числовой прямой?
3.
 - а) Можно ли покрыть прямую с помощью 2017 кругов?
 - б) Можно ли покрыть плоскость с помощью 2017 полос (полоса часть плоскости между параллельными прямыми)?
4. Можно ли покрыть плоскость внутренностями парабол?
5. Можно ли покрыть плоскость углами с суммарной градусной мерой 2° ?
6. Плотностью арифметической прогрессии $a + bk$, $k = 0, 1, 2, \dots$ назовем величину $\frac{1}{b}$. Можно ли покрыть все натуральные числа арифметическими прогрессиями с суммарной плотностью меньше 1?