

## Эти задачи надо считать в векторах

1. На катетах  $AC$  и  $BC$  прямоугольного треугольника  $ABC$  отметили точки  $K$  и  $L$  соответственно так, что  $AK = BC$  и  $CK = BL$ . Найдите угол между прямыми  $BK$  и  $AL$ .
2. На сторонах  $AB$  и  $AC$  правильного треугольника  $ABC$  взяты соответственно такие точки  $E$  и  $F$ , что  $AE : BE = CF : AF = 2$ . Пусть  $P$  — точка пересечения  $BF$  и  $CE$ . Докажите, что угол  $CPA$  прямой.
3. Диагонали  $AC$  и  $BD$  четырёхугольника  $ABCD$  равны и перпендикулярны. Точки  $P, Q, R$  и  $S$  лежат на сторонах  $AB, BC, CD$  и  $DA$  соответственно, причём  $AP : PB = BQ : QC = CR : RD = DS : SA$ . Докажите, что  $PR \perp QS$  и  $PR = QS$ .
4. Докажите, что сумма квадратов диагоналей трапеции равна сумме квадратов её боковых сторон, сложенной с удвоенным произведением оснований.
5. Докажите, что сумма квадратов всех сторон четырёхугольника равна сумме квадратов диагоналей, сложенной с учетверённым квадратом отрезка, соединяющего середины диагоналей.
6. Два квадрата  $BCDA$  и  $BKMN$  имеют общую вершину  $B$ . Докажите, что медиана  $BE$  треугольника  $ABK$  и высота  $BF$  треугольника  $CBN$  лежат на одной прямой. (Вершины обоих квадратов перечислены по часовой стрелке.)
7. Дан треугольник  $ABC$ . На его сторонах  $AB$  и  $BC$  построены внешним образом квадраты  $ABMN$  и  $BCPQ$ . Докажите, из середины отрезка  $NP$  сторона  $AC$  видна под прямым углом.