

## Рекуррентные соотношения

1. Найдите формулу  $n$ -го члена для последовательностей, заданных условиями:
  - (a)  $a_0 = 0, a_1 = 1, a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$ ;
  - (b)  $a_0 = 1, a_1 = 2, a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n$ ;
  - (c)  $F_0 = 0, F_1 = 1, F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ .
2. Сколько существует строк длины 10, состоящих из нулей и единиц, таких, что никакие два нуля не стоят рядом?
3. Лягушка прыгает по вершинам треугольника  $ABC$ , перемещаясь каждый раз в одну из соседних вершин. Сколькими способами она может попасть из  $A$  в  $A$  за 10 прыжков?
4. Сколько 10-значных чисел удовлетворяют следующим условиям: все цифры числа принадлежат множеству  $1, 2, 3, 4, 5$ , а любые две соседние цифры отличаются на 1?
5. Садовник, привив черенок редкого растения, оставляет его расти два года, а затем ежегодно берет от него по 6 черенков. С каждым новым черенком он поступает аналогично. Сколько будет растений и черенков на  $n$ -ом году роста первоначального растения?
6. Обозначим через  $B_n$  число способов разбить брусок  $2 \times 2 \times n$  на бруски  $1 \times 1 \times 2$ . Выразите  $B_n$  через  $B_{n-1}$ ,  $B_{n-2}$  и  $B_{n-3}$ .
7. Биолог выращивает микробов, живущих по следующему принципу: в первый день после рождения, ровно в 8:30 каждый микроб порождает 5 новых микробов. во второй и последующие дни после рождения ровно в 9:00 каждый съедает 4 (новорожденных) микроба. Изначально у биолога был 1 микроб, сколько микробов будет у него на  $n$ -ый день?
8. В нулевой момент времени в вершине  $A$  шестиугольника  $ABCDEF$  сидит лягушка. Каждую секунду лягушка перепрыгивает в одну из соседних вершин, выбирая направление случайным образом равновероятно. Сколькими способами она может попасть из  $A$  в  $A$  за  $n$  прыжков?
9. Сколькими способами можно выложить прямоугольник размера  $10 \times 3$  доминошками размера  $1 \times 2$ ?