Геометрия-2

1. В треугольнике ABC ($AB < AC$) проведена биссектриса BB_1. На стороне AB выбрана такая точка K, что $AK = AB_1$. Биссектриса угла C пересекает отрезок KB_1 в точке P. Докажите, что $PB = PB_1$.

2. Окружности ω_A и ω_B пересекаются в точках P и Q. Их общая касательная касается окружности ω_A в точке A и окружности ω_B в точке B, причём точка Q лежит внутри треугольника $\triangle PAB$. Прямая AQ пересекает окружность ω_B в точках Q и C. Точка M — середина отрезка BC. Докажите, что $\angle QPM = \angle BQC$.

3. В плоскости треугольника ABC отмечены точки X и Y так, что прямые BX и CY касаются окружности (ABC) и $XB = BA$, $YC = CA$; кроме того, точки X, Y, A лежат в одной полуплоскости относительно прямой BC. Докажите, что $\angle XIY + \angle BAC = 180^\circ$, где точка I — инцентр треугольника ABC.

4. Чевианы BB_1 и CC_1 треугольника ABC ($\angle C > 90^\circ$) пересекаются под прямым углом в точке X. Окружность (AXC) пересекает прямую BC в точках C и S, причём точка C лежит на отрезке BS. Оказалось, что $AC = CS$. Докажите, что точки S, B_1, C_1 коллинеарны.

5. Дан прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C. На лучах-медианах из вершин A и B отметили такие точки P и Q соответственно, что $\angle APC = \angle CAB$ и $\angle BQC = \angle CBA$. Докажите, что $\angle AQB + \angle APB = 180^\circ$.