

Геометрия-2, дополнительные задачи

6. Диагонали четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность с центром в точке O , пересекаются в точке R . Некоторая окружность с центром в точке O пересекает отрезки AR , BR , CR , DR в точках A' , B' , C' , D' соответственно. Прямые $A'B'$ и $C'D'$ пересекают стороны BC и DA в точках K , L , M , N . Докажите, что точки K , L , M , N лежат на одной окружности с центром в точке O .
7. В остроугольном треугольнике ABC отметили ортоцентр H . Биссектриса угла BHC пересекает сторону BC в точке D . Точки E и F симметричны точке D относительно сторон AB и AC соответственно. Докажите, что окружность (AEF) проходит через середину дуги BAC описанной окружности треугольника ABC .
8. Точки A_1 , B_1 , C_1 — середины сторон треугольника ABC . На отрезках BA_1 , CA_1 отмечены точки X и Y соответственно так, что $BX = CY$. Окружность (AXY) вторично пересекает стороны AB и AC в точках P и Q соответственно. Обозначим через K , M , N точки пересечения пар лучей PX и QY , PX и B_1A_1 , QY и C_1A_1 соответственно. Докажите, что окружность (KMN) касается окружности (AXY) .