Геометрия-1, дополнительные задачи

7. В треугольнике ABC точка N — середина дуги BAC описанной окружности. Из точки N проведены касательные NP и NQ к вписанной окружности (P и Q точки касания). Прямые AP и AT пересекают второй раз описанную окружность треугольника в точках X и Y соответственно. Докажите, что $PX = QY$.

8. Выпуклый шестиугольник $ABCDEF$ таков, что в него можно вписать окружность и вокруг него можно описать окружность. Пусть ω_A, ω_B, ω_C, ω_D, ω_E и ω_F — окружности, вписанные в треугольники FAB, ABC, BCD, CDE, DEF и EFA соответственно. Обозначим общую внешнюю касательную к окружностям ω_A и ω_B, отличную от прямой AB, через ℓ_{AB}. Аналогично определим прямые ℓ_{BC}, ℓ_{CD}, ℓ_{DE}, ℓ_{EF} и ℓ_{FA}. Пусть A_1 — точка пересечения прямых ℓ_{AB} и ℓ_{FA}; B_1 — точка пересечения прямых ℓ_{BC} и ℓ_{AB}; точки C_1, D_1, E_1 и F_1 определяются аналогично.

Известно, что $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ — выпуклый шестиугольник. Докажите, что его диагонали A_1D_1, B_1E_1 и C_1F_1 пересекаются в одной точке.