

Процессовая ТЧ

1. Автомат хранит в памяти натуральное число, изначально не делящееся на пять. Каждую минуту он прибавляет к текущему числу его последнюю цифру. Как только в результате получится степень двойки, автомат выходит из строя. Докажите, что рано или поздно он выйдет из строя.
2. На доске записано целое число. Его последняя цифра запоминается, затем стирается и, умноженная на 5, прибавляется к тому числу, что осталось на доске после стирания. Первоначально было записано число 7^{1998} . Может ли после применения нескольких таких операций получиться число 1998^7 ?
3. К числу можно применить одну из двух операций: либо увеличить число на 1, либо возвести число в квадрат. Изначально даны числа 57 и 179. Можно ли из них за одинаковое количество операций получить равные числа?
4. В цехе находятся 40 чанов с расплавленным оловом. Температуры олова в разных чанах могут быть различны. Также дано натуральное число k . Можно проводить операции следующего вида: выбрать набор из не более, чем k чанов, смешать их содержимое и разлить обратно по чанам (в результате значение температуры олова во всех чанах, участвующих в операции, станет равным среднему арифметическому значений температур в этих чанах до операции). При каком наименьшем k можно уравнять все 40 температур вне зависимости от их изначальных значений?
5. Собственным делителем числа называется любой его натуральный делитель, кроме 1 и самого числа. С составным натуральным числом a разрешается проводить следующие операции: разделить на наименьший собственный делитель или прибавить любое натуральное число, делящееся на его наибольший собственный делитель. Если число получилось простым, то с ним ничего нельзя делать. Верно ли, что с помощью таких операций из любого составного числа можно получить число 2011?