

## Процессы

1. В вершинах единичного квадрата сидят три кузнечика. Они могут передвигаться так: кузнечик перепрыгивает через любого из двух остальных, перелетая его на расстояние, на которое он до него прыгал. Могут ли через какое-то время кузнечики оказаться в вершинах квадрата со стороной 2?
2. По кругу расположено 100 кучек конфет. Вася занят важным делом: если в какой-то куче конфет больше, чем в каждой из соседних, то Вася убирает из этой кучи одну конфету, а в обе соседние добавляет по конфете (у Васи есть бесконечно много конфет в запасе). Докажите, что через некоторое время Вася не сможет больше сделать ни одной такой операции.
3. В каждой клетке доски  $8 \times 8$  нарисована стрелка (вверх, вниз, вправо или влево). Фишка ставится на произвольную клетку. Каждым ходом фишка сдвигается на соседнюю клетку в направлении стрелки, а сама стрелка поворачивается на  $90^\circ$  по часовой стрелке. Докажите, что фишка рано или поздно свалится с доски.
4. В колоде часть карт лежит рубашкой вниз. Время от времени Ваня вынимает из колоды пачку из одной или нескольких подряд идущих карт, в которой верхняя и нижняя карты лежат рубашкой вниз, переворачивает всю пачку как одно целое и вставляет ее в то же место колоды (если «пачка» состоит лишь из одной карты, то требуется только, чтобы она лежала рубашкой вниз). Докажите, что в конце концов все карты лягут рубашкой вверх, как бы ни действовал Ваня.
5. На бесконечном листе клетчатой бумаги  $N$  клеток окрашено в черный цвет. Докажите, что из этого листа можно вырезать конечное число клетчатых квадратов так, что будут выполняться два условия: 1) все черные клетки лежат в вырезанных квадратах; 2) в любом вырезанном квадрате  $K$  площадь черных клеток составит не менее  $1/5$  и не более  $4/5$  площади  $K$ .