Процессы. Добавка (подсказки)

6. Во всех клетках на диагонали доски $n \times n$, $n \geqslant 4$, стоят знаки «$+$», в остальных клетках — «$-$». За ход в случайной строке либо столбце все знаки меняются на противоположные. Докажите, что в любой момент плюсов не менее n.

Подсказка: Идея первого решения. Если в квадрате 2×2 стоит ровно один «$+$», то в этом квадрате всегда будет «$+$». Можно брать не только квадрат 2×2.

Идея второго решения. Можно считать, что к каждой строчке (или столбцу) операцию применяли не более одного раза. Столбцы и строки можно переставлять местами. Переставим так, чтобы сначала шли все строки (столбцы), к которым применяли операцию, а затем остальные строки (столбцы). Остаётся всё аккуратно посчитать.

7. По кругу расставлены $n \geqslant 10$ фишек, у каждой из которых одна сторона чёрная, а другая белая. В начале одна фишка лежит чёрной стороной вверх, а остальные — белой стороной вверх. Разрешается проделать следующую операцию: взять три любые фишки, лежащие подряд, первая из которых (считая по часовой стрелке) лежит чёрной стороной вверх, перевернуть вторую из них и переложить первую на место третьей, вторую на место первой и третью на место второй. Можно ли для любого непустого набора мест добиться того, чтобы чёрные сверху фишки лежали на всех этих местах и только на них?

Подсказка: Конструктив. Нужно строить постепенно. Сначала получить все чёрные фишки и посмотреть, что можно из этой конфигурации получить. Дальше какие конфигурации можно получить из уже имеющихся и т. д. Удобно применять обратный ход (из конфигурации, которую пока не умеем получать, прийти обратными преобразованиями к той, которую умеем).

8. По кругу сидят 1000 девочек. Изначально у одной из них n монет, у остальных монет нет. За ход каждая девочка с по меньшей мере двумя монетами передаёт по одной монете каждой из двух соседок. Докажите, что:
(a) если $n < 1000$, то процесс прекратится.
(b) если $n = 1000$, то процесс не прекратится.

Подсказка: **(a)** Считаем, что все монеты разные. Каждой монете можно задать пару соседей, между которыми она будет передаваться.

(b) Этот пункт проще. Остановиться может только в случае, когда у всех одна монета. Можно доказать, что у первой девочки никогда не будет одной монеты.