Целочисленные последовательности. Добавка

1. Найдите все функции $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$, удовлетворяющие следующим условиям:
1) $f(2) = 2$;
2) $f(mn) = f(m)f(n)$ для всех $m, n \in \mathbb{N}$;
3) $f(n+1) > f(n)$ для всех $n \in \mathbb{N}$.

2. В последовательности натуральных чисел $\{a_n\}$, $n = 1, 2, \ldots$, каждое натуральное число встречается хотя бы один раз, и для любых различных n и m выполнено неравенство

$$\frac{1}{1998} < \frac{|a_n - a_m|}{|n - m|} < 1998.$$

Докажите, что тогда $|a_n - n| < 2000000$ для всех натуральных n.

3. Последовательность натуральных чисел $a_1, a_2, \ldots$ задаётся следующим образом: $a_1 = 1$, а если $n \geqslant 2$, то a_n – это наименьшее натуральное число, не встречающееся среди чисел $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}$ и такое, что $a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ делится на n. Докажите, что $a_{a_n} = n$ при всех n.