

Серия 33. Покрытия

1. На столе лежит 15 журналов, полностью покрывая его. Докажите, что можно убрать 7 журналов так, чтобы оставшиеся журналы покрывали хотя бы $8/15$ площади стола.
2. Каким наименьшим числом кругов радиуса 1 можно целиком накрыть круг радиуса 2?
3. Высота и радиус основания цилиндра равны 1. Каким наименьшим числом шаров радиуса 1 можно целиком покрыть этот цилиндр?
4. Есть несколько кругов с площадью объединения S . Докажите, что из них можно выбрать несколько попарно непересекающихся с суммарной площадью не менее $S/9$.
5. Конечная система отрезков покрывает отрезок $[0, 1]$. Докажите, что из этой системы можно выделить такую подсистему, чтобы отрезки подсистемы попарно не пересекались и сумма их длин была не меньше $1/2$.
6. Дано натуральное число k . На плоскости отмечена точка O . Какое наименьшее число попарно непересекающихся отрезков можно провести так, чтобы любой луч, выходящий из точки O , пересекал не менее k отрезков?
7. Каким наименьшим числом шаров можно со всех сторон закрыть точечный источник света в пространстве?
8. На плоскости нарисовано конечное число единичных отрезков, каждые два из которых имеют общую точку. Докажите, что все отрезки можно накрыть кругом радиуса 1.
9. На плоскости есть некоторое число полос суммарной ширины 100. Докажите, что каждую из них можно параллельно перенести так, чтобы они накрыли круг радиуса 1.