

Серия 29. Кооперативные стратегии

1. За круглый стол сели 99 мудрецов. Им известно, что пятидесяти из них надели колпаки одного цвета, а остальным сорока девяти — другого цвета (но заранее не известно, какого именно из цветов будет 50, а какого — 49). Каждый видит каждого, кроме себя. Все называют цвет одновременно.
(а) Как им договориться, чтобы правильно ответило не менее 74 мудрецов.
(б) Существует ли стратегия при которой верно ответит более 74 мудрецов?
2. Для прохождения теста 100 мудрецов выстраивают в колонну. Датчик случайных чисел надевает на каждого мудреца колпак одного из семи цветов (все цвета равновероятны). Каждый видит только номера на колпаках всех впереди стоящих. Далее мудрецы по порядку от заднего к переднему либо называют один из цветов, либо говорят «пас». Мудрецы выиграют, если хотя бы один из них назовёт цвет верно и не будет никого, кто назвал цвет неверно. Как им действовать, чтобы вероятность завалить тест была меньше 10^{-6} ?
3. Король поймал двух мудрецов и посадил их в разные тюремные камеры. Затем король подбросил симметричную монетку бесконечное количество раз. Все результаты чётных бросков он сообщил одному из мудрецов, а все результаты нечётных бросков — второму.
Далее король предлагает каждому мудрецу назвать номер любого подбрасывания, результат которого ему не известен. Если результаты бросков, названные мудрецами, одинаковые, то король дарит им свободу, иначе казнит.
Мудрецы знали, что их поймают, и могли заранее договориться.
(а) Как им нужно действовать, чтобы вероятность победы была более 60%?
(б) Придумайте стратегию, чтобы вероятность победы была более 65%.
4. Имеется бесконечная лента с записанной на ней последовательностью из нулей и единиц. Паре игроков предложено сыграть против казино в следующую игру: на k -м раунде каждый из них говорит либо 0, либо 1 (говорят одновременно), после чего вскрывается k -е число с ленты. Партнёры выигрывают раунд, если они оба угадали это число. Одному из игроков заранее показывают последовательность чисел на ленте. Увы, ему запрещено как-либо передавать информацию партнёру — он может только делать ходы. Игроки могут заранее договориться о стратегии.
(а) Как они должны играть, чтобы шансы на выигрыш были не ниже $2/3$?
(б) Разработайте стратегию с шансами на выигрыш не ниже $3/4$.
5. Имеется 25 масок, каждая своего цвета. k мудрецов играют в следующую игру: им показывают все маски, потом они договариваются между собой, после чего им надевают маски таким образом, что каждый из них видит маски на всех остальных (но не знает, на ком они надеты) и не видит свою. Никакие формы взаимодействия при этом не разрешаются. Все они одновременно называют по одному цвету, пытаясь угадать цвет своей маски. При каком наименьшем k они могут так заранее договориться, чтобы хотя бы один из них непременно угадал?

Серия 29. Кооперативные стратегии

1. За круглый стол сели 99 мудрецов. Им известно, что пятидесяти из них надели колпаки одного цвета, а остальным сорока девяти — другого цвета (но заранее не известно, какого именно из цветов будет 50, а какого — 49). Каждый видит каждого, кроме себя. Все называют цвет одновременно.
(а) Как им договориться, чтобы правильно ответило не менее 74 мудрецов.
(б) Существует ли стратегия при которой верно ответит более 74 мудрецов?
2. Для прохождения теста 100 мудрецов выстраивают в колонну. Датчик случайных чисел надевает на каждого мудреца колпак одного из семи цветов (все цвета равновероятны). Каждый видит только номера на колпаках всех впереди стоящих. Далее мудрецы по порядку от заднего к переднему либо называют один из цветов, либо говорят «пас». Мудрецы выиграют, если хотя бы один из них назовёт цвет верно и не будет никого, кто назвал цвет неверно. Как им действовать, чтобы вероятность завалить тест была меньше 10^{-6} ?
3. Король поймал двух мудрецов и посадил их в разные тюремные камеры. Затем король подбросил симметричную монетку бесконечное количество раз. Все результаты чётных бросков он сообщил одному из мудрецов, а все результаты нечётных бросков — второму.
Далее король предлагает каждому мудрецу назвать номер любого подбрасывания, результат которого ему не известен. Если результаты бросков, названные мудрецами, одинаковые, то король дарит им свободу, иначе казнит.
Мудрецы знали, что их поймают, и могли заранее договориться.
(а) Как им нужно действовать, чтобы вероятность победы была более 60%?
(б) Придумайте стратегию, чтобы вероятность победы была более 65%.
4. Имеется бесконечная лента с записанной на ней последовательностью из нулей и единиц. Паре игроков предложено сыграть против казино в следующую игру: на k -м раунде каждый из них говорит либо 0, либо 1 (говорят одновременно), после чего вскрывается k -е число с ленты. Партнёры выигрывают раунд, если они оба угадали это число. Одному из игроков заранее показывают последовательность чисел на ленте. Увы, ему запрещено как-либо передавать информацию партнёру — он может только делать ходы. Игроки могут заранее договориться о стратегии.
(а) Как они должны играть, чтобы шансы на выигрыш были не ниже $2/3$?
(б) Разработайте стратегию с шансами на выигрыш не ниже $3/4$.
5. Имеется 25 масок, каждая своего цвета. k мудрецов играют в следующую игру: им показывают все маски, потом они договариваются между собой, после чего им надевают маски таким образом, что каждый из них видит маски на всех остальных (но не знает, на ком они надеты) и не видит свою. Никакие формы взаимодействия при этом не разрешаются. Все они одновременно называют по одному цвету, пытаясь угадать цвет своей маски. При каком наименьшем k они могут так заранее договориться, чтобы хотя бы один из них непременно угадал?