[ЦПМ, кружок по математике, 10 класс] Афризонов Д., Тихонов Ю., Юргин Г.

[*2019–2020*] группа: 10-1 и 10-2 *21 ноября 2019 г.*

Серия 13. Разнобой по ТЧ

1. Существуют ли целые числа x, y, z, не делящиеся на 101, такие что $x^3 + y^3 \equiv z^3 \pmod{101}$?

2. Существуют ли 2019 непостоянных непересекающихся арифметических прогрессий натуральных чисел, таких что каждая из них содержит простое число, превосходящее 2019, и лишь конечное число натуральных чисел в них не лежит?

3. Пусть p — простое число, сравнимое с 1 по модулю 4. Докажите, что числитель в несократимой записи дроби

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{p-1}$$

делится на p^2.

4. Найдите все такие натуральные k, что произведение первых k нечётных простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).

[ЦПМ, кружок по математике, 10 класс] Афризонов Д., Тихонов Ю., Юргин Г.

[*2019–2020*] группа: 10-1 и 10-2 *21 ноября 2019 г.*

Серия 13. Разнобой по ТЧ

1. Существуют ли целые числа x, y, z, не делящиеся на 101, такие что $x^3 + y^3 \equiv z^3 \pmod{101}$?

2. Существуют ли 2019 непостоянных непересекающихся арифметических прогрессий натуральных чисел, таких что каждая из них содержит простое число, превосходящее 2019, и лишь конечное число натуральных чисел в них не лежит?

3. Пусть p — простое число, сравнимое с 1 по модулю 4. Докажите, что числитель в несократимой записи дроби

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{p-1}$$

делится на p^2.

4. Найдите все такие натуральные k, что произведение первых k нечётных простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).

[ЦПМ, кружок по математике, 10 класс] Афризонов Д., Тихонов Ю., Юргин Г.

[*2019–2020*] группа: 10-1 и 10-2 *21 ноября 2019 г.*

Серия 13. Разнобой по ТЧ

1. Существуют ли целые числа x, y, z, не делящиеся на 101, такие что $x^3 + y^3 \equiv z^3 \pmod{101}$?

2. Существуют ли 2019 непостоянных непересекающихся арифметических прогрессий натуральных чисел, таких что каждая из них содержит простое число, превосходящее 2019, и лишь конечное число натуральных чисел в них не лежит?

3. Пусть p — простое число, сравнимое с 1 по модулю 4. Докажите, что числитель в несократимой записи дроби

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{p-1}$$

делится на p^2.

4. Найдите все такие натуральные k, что произведение первых k нечётных простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).

[ЦПМ, кружок по математике, 10 класс] Афризонов Д., Тихонов Ю., Юргин Г.

[*2019–2020*] группа: 10-1 и 10-2 *21 ноября 2019 г.*

Серия 13. Разнобой по ТЧ

1. Существуют ли целые числа x, y, z, не делящиеся на 101, такие что $x^3 + y^3 \equiv z^3 \pmod{101}$?

2. Существуют ли 2019 непостоянных непересекающихся арифметических прогрессий натуральных чисел, таких что каждая из них содержит простое число, превосходящее 2019, и лишь конечное число натуральных чисел в них не лежит?

3. Пусть p — простое число, сравнимое с 1 по модулю 4. Докажите, что числитель в несократимой записи дроби

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \ldots + \frac{1}{p-1}$$

делится на p^2.

4. Найдите все такие натуральные k, что произведение первых k нечётных простых чисел, уменьшенное на 1, является точной степенью натурального числа (большей, чем первая).