

Игры

1. На доске написано число 60. За ход число можно уменьшить на любой его натуральный делитель. Игрок, получивший ноль, — проигрывает. Кто выигрывает при правильной игре?
2. Два игрока в прямоугольнике 1000×99 красят квадраты какого-то размера, идущие по линиям сетки, в чёрный цвет (изначально все клетки белые). Нельзя красить одну клетку дважды. Проигрывает тот, кто не может сделать ход (то есть когда весь прямоугольник будет закрашен). Кто выигрывает при правильной игре, начинающий или его соперник?
3. Петя и Вася играют в очень странные шашки на полоске $1 \times n$. Изначально в последних (самых правых) трёх клетках полоски стоит три фишки (по одной в клетке). За ход игрок берёт любую фишку и передвигает её налево в любую свободную клетку (ничего не мешает фишкам перепрыгивать друг друга). Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре, если Петя начинает первым?
4. Двое игроков отмечают точки на плоскости. Сначала первый отмечает точку красным цветом, затем второй отмечает 100 точек синим, затем первый снова одну точку красным, второй 100 точек синим и так далее (Перекрашивать уже отмеченные точки нельзя). Докажите, что первый может построить правильный треугольник с красными вершинами.
5. На бесконечном листе клетчатой бумаги двое по очереди красят стороны клеток: первый — красным цветом, второй — синим. Нельзя красить одну сторону дважды (изначально ничего не покрашено). Может ли первый игрок создать замкнутую ломаную красного цвета?
6. Имеется $99!$ молекул. Двое по очереди за один ход съедают не меньше одной, но не больше 1% молекул. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто выигрывает при правильной игре?
7. Из квадратной доски 1000×1000 клеток удалены четыре прямоугольника 2×994 (см. рис.). На клетке, помеченной звездочкой, стоит *кентавр* — фигура, которая за один ход может перемещаться на одну клетку вверх, влево или по диагонали вправо и вверх. Двое игроков ходят кентавром по очереди. Проигрывает тот, кто не может сделать очередной ход. Кто выигрывает при правильной игре?

