

Комбинаторика (разной)

1. Таблицу размером 3×3 надо заполнить числами $-1, 0, 1$ так, чтобы суммы чисел в строках были одинаковыми. Сколькими способами это можно сделать? (Способы считаются различными, если различаются полученные таблицы. Все числа использовать не обязательно.)
2. В зале стоят шесть стульев в два ряда – по три стула в каждом, один ряд ровно за другим. В зал пришли шесть человек различного роста. Сколькими способами можно рассадить их так, чтобы каждый человек, сидящий в первом ряду, был ниже человека, сидящего за ним?
3. Сколькими способами можно нарисовать прямоугольник на клетчатом листе бумаги размером $m \times n$ клеток? (Например, на клетчатом листе 2×2 можно нарисовать прямоугольник девятью различными способами).
4. а) Сколько ожерелий можно составить из пяти одинаковых красных бусинок и двух одинаковых синих бусинок?
б) Сколько существует различных наборов бусинок, из которых можно составить ровно два различных ожерелья?
5. Сколькими способами можно раскрасить колесо обозрения:
а) с 7 кабинками в 3 цвета;
б) с 10 кабинками в 2 цвета?
При раскраске не обязательно использовать все цвета.
6. а) Сколько существует различных игральных кубиков (на гранях кубика расставлены числа от 1 до 6)?
б) Та же задача для додекаэдра (числа от 1 до 12).
7. На полке стоят 10 различных книг.
а) Сколькими способами их можно переставить так, чтобы ни одна книга не осталась на своем месте?
б) Докажите, что количество перестановок книг, при которых на месте остается ровно 4 книги, больше 50000.
8. Троллейбусный билет имеет номер, состоящий из 6 цифр. Билет считается счастливым, если сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. Найти количество счастливых билетов.