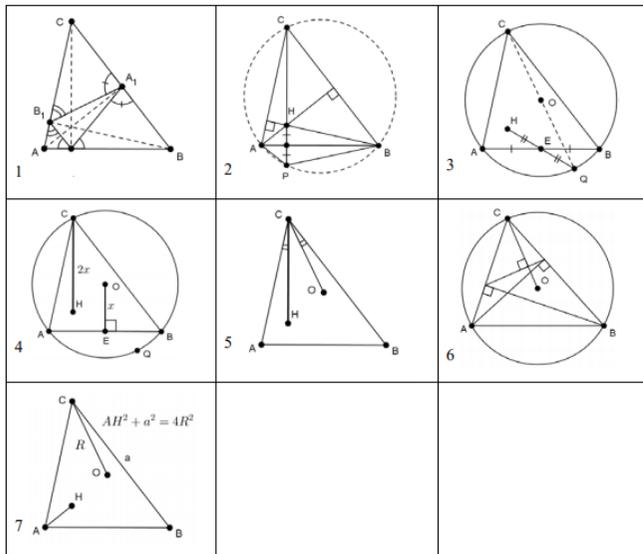


Ортоцентр-1.

В этом листочке, если не оговорено иное, дан остроугольный треугольник ABC , его ортоцентр обозначен через H , центр описанной окружности ω – через O , проведены высоты AA_1, BB_1 и CC_1 , а середины сторон AB, BC и CA – точки C_0, A_0 и B_0 соответственно.

1. а) Докажите, что AB_1C_1 подобен треугольнику ABC .
 б) Зная, что угол A равен α , найдите коэффициент подобия.
 в) Докажите, что H -инцентр треугольника $A_1B_1C_1$.
2. Точку H симметрично отразили относительно стороны BC . Докажите, что образ точки H попал на ω .
3. Пусть H' – точка симметричная H относительно A_0 .
 а) Докажите, что AH' – диаметр ω .
 б) Докажите, что радиусы окружностей, описанных около треугольников AHB, BHC и AHC равны между собой.
4. Докажите, что $\frac{1}{2}AH = OA_0$.
5. Докажите, что $\angle ACH = \angle OCB$.
6. Докажите, что $OC \perp A_1B_1$.
7. Докажите, что $AH^2 + BC^2 = 4R^2$.
8. Докажите, что $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OH}$.
9. Какие из выше приведенных свойств будут верны для тупоугольного и прямоугольного треугольника?
10. а) Пусть M – точка пересечения медиан треугольника ABC , O – произвольная точка. Докажите, что $3\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.
 б) Используя задачу номер 8 докажите, что точка пересечения медиан, центр описанной окружности и ортоцентр треугольника лежат на одной прямой (Прямая Эйлера).
11. а) Пусть дан острый угол ACB с вершиной C и точка M внутри него. Найдите на сторонах AC и CB точки K и L так, чтобы треугольник KLM имел минимальный периметр.
 б) В треугольнике ABC выбраны точки K, L, M на сторонах AC, BC, AB соответственно. Докажите, что из всех таких треугольников KLM минимальный периметр имеет ортоцентрический треугольник.



Ортоцентр-1.

В этом листочке, если не оговорено иное, дан остроугольный треугольник ABC , его ортоцентр обозначен через H , центр описанной окружности ω – через O , проведены высоты AA_1, BB_1 и CC_1 , а середины сторон AB, BC и CA – точки C_0, A_0 и B_0 соответственно.

1. а) Докажите, что AB_1C_1 подобен треугольнику ABC .
 б) Зная, что угол A равен α , найдите коэффициент подобия.
 в) Докажите, что H -инцентр треугольника $A_1B_1C_1$.
2. Точку H симметрично отразили относительно стороны BC . Докажите, что образ точки H попал на ω .
3. Пусть H' – точка симметричная H относительно A_0 .
 а) Докажите, что AH' – диаметр ω .
 б) Докажите, что радиусы окружностей, описанных около треугольников AHB, BHC и AHC равны между собой.
4. Докажите, что $\frac{1}{2}AH = OA_0$.
5. Докажите, что $\angle ACH = \angle OCB$.
6. Докажите, что $OC \perp A_1B_1$.
7. Докажите, что $AH^2 + BC^2 = 4R^2$.
8. Докажите, что $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} = \vec{OH}$.
9. Какие из выше приведенных свойств будут верны для тупоугольного и прямоугольного треугольника?
10. а) Пусть M – точка пересечения медиан треугольника ABC , O – произвольная точка. Докажите, что $3\vec{OM} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$.
 б) Используя задачу номер 8 докажите, что точка пересечения медиан, центр описанной окружности и ортоцентр треугольника лежат на одной прямой (Прямая Эйлера).
11. а) Пусть дан острый угол ACB с вершиной C и точка M внутри него. Найдите на сторонах AC и CB точки K и L так, чтобы треугольник KLM имел минимальный периметр.
 б) В треугольнике ABC выбраны точки K, L, M на сторонах AC, BC, AB соответственно. Докажите, что из всех таких треугольников KLM минимальный периметр имеет ортоцентрический треугольник.

