

Малая теорема Ферма.

Малая теорема Ферма Если p — простое число и a — целое число, не делящееся на p , то $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

Малая теорема Ферма Если p — простое число и a — целое число, то $a^p \equiv a \pmod{p}$.

- а) Какой остаток дает 3^{103} при делении на 101?
б) Какой остаток дает 2^{1010} при делении на 73?
в) Какой остаток дает 8^{900} при делении на 29?
г) Докажите, что если a взаимнопросто с p , и $b = k(p-1) + r$, то $a^b \equiv a^r \pmod{p}$.
д) Какой остаток дает $42^{42^{42}}$ при делении на 2017?
е) Докажите, что $300^{3000} - 1$ делится на 1001.
- Докажите, что $1^{100} + 2^{100} + \dots + 100^{100} + 1$ делится на 101.
- Натуральные числа a, b, c, d, e таковы, что
а) $a^{12} + b^{12} + c^{12} + d^{12} + e^{12}$ делится на 13. Докажите, что $abcde$ делится на 13^5 .
б) Известно, что n^2 при делении на простое p дает остаток 1, какой остаток при делении на p может давать n ?
в) $a^6 + b^6 + c^6 + d^6 + e^6$ делится на 13. Докажите, что $abcde$ делится на 13.
- а) Будет ли простым число $1568^{2016} + 4033$?
б) Будет ли простым число $30^{239} + 239^{30}$?
- а) Докажите, что ни при каком n число $n^2 + 1$ не делится на 103.
б) Докажите, что ни при каком целом n число $n^2 + n + 1$ не делится на 101.
в) Число $a^2 + ab + b^2$ делится на простое вида $p = 3k + 2$. Докажите, что a и b делятся на p .
- Пусть p -простое число. Докажите, что $(a + b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$ для любых целых a, b .
- Пусть p, q - различные простые числа. Докажите, что $p^q + q^p \equiv p + q \pmod{pq}$.
- а) Пусть $p > 5$ - простое число. Докажите, что $11 \dots 1$ (в числе $p - 1$ единица) делится на p .
б) Пусть p — простое число, тогда $(11 \dots 122 \dots 233 \dots 99 - 123456789)$ (в первом числе каждая цифра встречается ровно p раз) делится на p .
Домашняя работа
- Докажите, что $7^{120} - 1$ делится на 143.
- Докажите, что для простого числа p число $2p^2 - 2$ делится на p .

Малая теорема Ферма.

Малая теорема Ферма Если p — простое число и a — целое число, не делящееся на p , то $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$.

Малая теорема Ферма Если p — простое число и a — целое число, то $a^p \equiv a \pmod{p}$.

- а) Какой остаток дает 3^{103} при делении на 101?
б) Какой остаток дает 2^{1010} при делении на 73?
в) Какой остаток дает 8^{900} при делении на 29?
г) Докажите, что если a взаимнопросто с p , и $b = k(p-1) + r$, то $a^b \equiv a^r \pmod{p}$.
д) Какой остаток дает $42^{42^{42}}$ при делении на 2017?
е) Докажите, что $300^{3000} - 1$ делится на 1001.
- Докажите, что $1^{100} + 2^{100} + \dots + 100^{100} + 1$ делится на 101.
- Натуральные числа a, b, c, d, e таковы, что
а) $a^{12} + b^{12} + c^{12} + d^{12} + e^{12}$ делится на 13. Докажите, что $abcde$ делится на 13^5 .
б) Известно, что n^2 при делении на простое p дает остаток 1, какой остаток при делении на p может давать n ?
в) $a^6 + b^6 + c^6 + d^6 + e^6$ делится на 13. Докажите, что $abcde$ делится на 13.
- а) Будет ли простым число $1568^{2016} + 4033$?
б) Будет ли простым число $30^{239} + 239^{30}$?
- а) Докажите, что ни при каком n число $n^2 + 1$ не делится на 103.
б) Докажите, что ни при каком целом n число $n^2 + n + 1$ не делится на 101.
в) Число $a^2 + ab + b^2$ делится на простое вида $p = 3k + 2$. Докажите, что a и b делятся на p .
- Пусть p -простое число. Докажите, что $(a + b)^p \equiv a^p + b^p \pmod{p}$ для любых целых a, b .
- Пусть p, q - различные простые числа. Докажите, что $p^q + q^p \equiv p + q \pmod{pq}$.
- а) Пусть $p > 5$ - простое число. Докажите, что $11 \dots 1$ (в числе $p - 1$ единица) делится на p .
б) Пусть p — простое число, тогда $(11 \dots 122 \dots 233 \dots 99 - 123456789)$ (в первом числе каждая цифра встречается ровно p раз) делится на p .
Домашняя работа
- Докажите, что $7^{120} - 1$ делится на 143.
- Докажите, что для простого числа p число $2p^2 - 2$ делится на p .