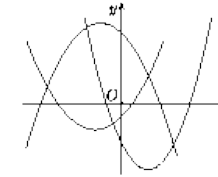
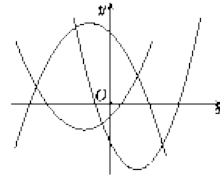


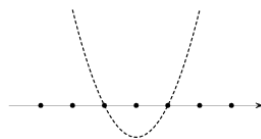
## Квадратный трехчлен.

- Квадратный трехчлен  $ax^2+bx+c$  имеет корни. Верно ли, что трехчлен
  - $a^3x^2+b^3x+c^3$ ;
  - $a^4x^2+b^4x+c^4$  имеет корни?
- Верно ли, что если  $b > a+c > 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2+bx+c = 0$  имеет два корня?
- На рисунке изображены графики трёх квадратных трёхчленов. Можно ли подобрать такие числа  $a, b$  и  $c$ , чтобы это были графики трёхчленов  $ax^2+bx+c, bx^2+cx+a$  и  $cx^2+ax+b$ ?
- а) Числа  $a$  и  $b$  таковы, что графики  $y = ax - b$  и  $y = x^2 + ax + b$  ограничивают конечную фигуру ненулевой площади. Докажите, что внутри этой фигуры лежит начало координат.  
б) Рассматриваются квадратичные функции  $y = x^2 + px + q$ , для которых  $p+q=2018$ . Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.
- а) Пусть  $\alpha$ - корень уравнения  $x^2+px+q$ , а  $\beta$  - корень уравнения  $x^2-px-q$ . Докажите, что между  $\alpha$  и  $\beta$  есть корень уравнения  $x^2 - 2px - 2q$ .  
б) Докажите, что квадратное уравнение  $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a) = 0$  имеет хотя бы один корень.
- Пусть  $a, b, c$  таковы, что  $c(a+b+c) < 0$ . Докажите, что  $b^2 - 4ac > 0$
- Когда к квадратному трёхчлену  $f(x)$  прибавили  $3x^2$ , его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли  $x^2$ , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение  $f(x)$ , если к нему прибавить  $x^2$ ?
- При каких значениях параметра  $b, (b \neq 3)$  объединение парабол  $y = x^2$  и  $y = (b-3)x^2 + bx + 2b - 4$  имеет ось или центр симметрии?
- Пусть  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и уравнение  $f(x) = x$  не имеет вещественных корней. Может ли уравнение  $f(f(x)) = x$  иметь вещественные корни?
- Три различных ненулевых числа таковы, что при любой расстановке этих чисел на места коэффициентов квадратного трехчлена этот трехчлен будет иметь целый корень. Докажите, что у всех этих трехчленов есть корень 1.



### Домашнее задание

- Решите неравенство  $ax^2 + x - b > 0$ , если известно, что  $ab < -0,25, b < 9a+3$ .
- На рисунке изображен график приведенного квадратного трехчлена (ось ординат стерлась, расстояние между соседними отмеченными точками равно 1). Чему равен дискриминант этого трехчлена?



## Квадратный трехчлен.

- Квадратный трехчлен  $ax^2+bx+c$  имеет корни. Верно ли, что трехчлен
  - $a^3x^2+b^3x+c^3$ ;
  - $a^4x^2+b^4x+c^4$  имеет корни?
- Верно ли, что если  $b > a+c > 0$ , то квадратное уравнение  $ax^2+bx+c = 0$  имеет два корня?
- На рисунке изображены графики трёх квадратных трёхчленов. Можно ли подобрать такие числа  $a, b$  и  $c$ , чтобы это были графики трёхчленов  $ax^2+bx+c, bx^2+cx+a$  и  $cx^2+ax+b$ ?
- а) Числа  $a$  и  $b$  таковы, что графики  $y = ax - b$  и  $y = x^2 + ax + b$  ограничивают конечную фигуру ненулевой площади. Докажите, что внутри этой фигуры лежит начало координат.  
б) Рассматриваются квадратичные функции  $y = x^2 + px + q$ , для которых  $p+q=2018$ . Покажите, что параболы, являющиеся графиками этих функций, пересекаются в одной точке.
- а) Пусть  $\alpha$ - корень уравнения  $x^2+px+q$ , а  $\beta$  - корень уравнения  $x^2-px-q$ . Докажите, что между  $\alpha$  и  $\beta$  есть корень уравнения  $x^2 - 2px - 2q$ .  
б) Докажите, что квадратное уравнение  $(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a) = 0$  имеет хотя бы один корень.
- Пусть  $a, b, c$  таковы, что  $c(a+b+c) < 0$ . Докажите, что  $b^2 - 4ac > 0$
- Когда к квадратному трёхчлену  $f(x)$  прибавили  $3x^2$ , его наименьшее значение увеличилось на 9, а когда из него вычли  $x^2$ , его наименьшее значение уменьшилось на 9. А как изменится наименьшее значение  $f(x)$ , если к нему прибавить  $x^2$ ?
- При каких значениях параметра  $b, (b \neq 3)$  объединение парабол  $y = x^2$  и  $y = (b-3)x^2 + bx + 2b - 4$  имеет ось или центр симметрии?
- Пусть  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и уравнение  $f(x) = x$  не имеет вещественных корней. Может ли уравнение  $f(f(x)) = x$  иметь вещественные корни?
- Три различных ненулевых числа таковы, что при любой расстановке этих чисел на места коэффициентов квадратного трехчлена этот трехчлен будет иметь целый корень. Докажите, что у всех этих трехчленов есть корень 1.

### Домашнее задание

- Решите неравенство  $ax^2 + x - b > 0$ , если известно, что  $ab < -0,25, b < 9a+3$ .
- На рисунке изображен график приведенного квадратного трехчлена (ось ординат стерлась, расстояние между соседними отмеченными точками равно 1). Чему равен дискриминант этого трехчлена?

