

Комбинаторная геометрия

1. Даны четыре палочки. Оказалось, что из любых трёх из них можно сложить треугольник, при этом площади всех четырёх треугольников равны. Обязательно ли все палочки одинаковой длины?
2. На плоскости даны треугольник ABC и 10 прямых, среди которых нет параллельных друг другу. Оказалось, что каждая из прямых равноудалена от каких-то двух вершин треугольника ABC . Докажите, что хотя бы три из этих прямых пересекаются в одной точке.
3. Внутри квадрата со стороной 1 расположено несколько окружностей, сумма длин которых равна 10. Докажите, что найдётся прямая, пересекающая по крайней мере четыре из этих окружностей.
4. Докажите, что существует многоугольник, который можно разделить отрезком на две равные части так, что этот отрезок разделит одну из сторон многоугольника пополам, а другую— в отношении $2 : 1$.
5. Дано n палочек. Из любых трёх можно сложить тупоугольный треугольник. Каково наибольшее возможное значение n ?
6. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.
7. В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдется кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.

Комбинаторная геометрия

1. Даны четыре палочки. Оказалось, что из любых трёх из них можно сложить треугольник, при этом площади всех четырёх треугольников равны. Обязательно ли все палочки одинаковой длины?
2. На плоскости даны треугольник ABC и 10 прямых, среди которых нет параллельных друг другу. Оказалось, что каждая из прямых равноудалена от каких-то двух вершин треугольника ABC . Докажите, что хотя бы три из этих прямых пересекаются в одной точке.
3. Внутри квадрата со стороной 1 расположено несколько окружностей, сумма длин которых равна 10. Докажите, что найдётся прямая, пересекающая по крайней мере четыре из этих окружностей.
4. Докажите, что существует многоугольник, который можно разделить отрезком на две равные части так, что этот отрезок разделит одну из сторон многоугольника пополам, а другую— в отношении $2 : 1$.
5. Дано n палочек. Из любых трёх можно сложить тупоугольный треугольник. Каково наибольшее возможное значение n ?
6. Известно, что в кадр фотоаппарата, расположенного в точке O , не могут попасть предметы A и B такие, что угол AOB больше 179° . На плоскости поставлено 1000 таких фотоаппаратов. Одновременно каждым фотоаппаратом делают по одному снимку. Доказать, что найдётся снимок, на котором сфотографировано не больше 998 фотоаппаратов.
7. В круге радиуса 16 расположено 650 точек. Докажите, что найдется кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из данных точек.