

Геометрический разнбой

- (2) Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). На меньшей дуге AB описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка AD за точку D выбрана точка E так, что точки A и E лежат в одной полуплоскости относительно BC . Описанная окружность треугольника BDE пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что прямые EF и BC параллельны.
- (2) Пусть точки A, B, C лежат на окружности, а прямая b касается этой окружности в точке B . Из точки P , лежащей на прямой b , опущены перпендикуляры PA_1 и PC_1 на прямые AB и BC соответственно (точки A_1 и C_1 лежат на отрезках AB и BC). Докажите, что $A_1C_1 \perp AC$.
- (2) Окружности ω_1 и ω_2 касаются внешним образом в точке P . Через центр ω_1 проведена прямая l_1 , касающаяся ω_2 . Аналогично, прямая l_2 касается ω_1 и проходит через центр ω_2 . Оказалось, что прямые l_1 и l_2 непараллельны. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе одного из углов, образованных l_1 и l_2 .
- (2) Окружность вписанная в прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB , касается его сторон BC, CA, AB в точках A_1, B_1, C_1 соответственно. Пусть B_1H - высота треугольника $A_1B_1C_1$. Докажите, что точка H лежит на биссектрисе угла CAB .
- (3 из 2018) Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана точка E так, что $AE = DE$ и $\angle ABE = 90^\circ$. Точка M — середина отрезка BC . Найдите угол DME .
- (3) Серединный перпендикуляр к стороне AC остроугольного треугольника ABC пересекает прямые AB, BC в точках B_1, B_2 соответственно, а серединный перпендикуляр к стороне AB пересекает прямые AC и BC в точках C_1, C_2 соответственно. Окружности, описанные около треугольника BB_1B_2 и CC_1C_2 пересекаются в точках P и Q . Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на прямой PQ .
- (3) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1, BB_1, CC_1 . Прямая, перпендикулярная стороне AC и проходящая через точку A_1 , пересекает прямую B_1C_1 в точке D . Докажите, что угол ADC прямой.
- (3) Дан параллелограмм $ABCD$, в котором угол ABC тупой. Прямая AD пересекает второй раз окружность ω , описанную вокруг треугольника ABC , в точке E . Прямая CD пересекает второй раз окружность ω в точке F . Докажите, что центр описанной окружности треугольника DEF лежит на окружности ω .

Геометрический разнбой

- (2) Дан равнобедренный треугольник ABC ($AB = AC$). На меньшей дуге AB описанной около него окружности взята точка D . На продолжении отрезка AD за точку D выбрана точка E так, что точки A и E лежат в одной полуплоскости относительно BC . Описанная окружность треугольника BDE пересекает сторону AB в точке F . Докажите, что прямые EF и BC параллельны.
- (2) Пусть точки A, B, C лежат на окружности, а прямая b касается этой окружности в точке B . Из точки P , лежащей на прямой b , опущены перпендикуляры PA_1 и PC_1 на прямые AB и BC соответственно (точки A_1 и C_1 лежат на отрезках AB и BC). Докажите, что $A_1C_1 \perp AC$.
- (2) Окружности ω_1 и ω_2 касаются внешним образом в точке P . Через центр ω_1 проведена прямая l_1 , касающаяся ω_2 . Аналогично, прямая l_2 касается ω_1 и проходит через центр ω_2 . Оказалось, что прямые l_1 и l_2 непараллельны. Докажите, что точка P лежит на биссектрисе одного из углов, образованных l_1 и l_2 .
- (2) Окружность вписанная в прямоугольный треугольник ABC с гипотенузой AB , касается его сторон BC, CA, AB в точках A_1, B_1, C_1 соответственно. Пусть B_1H - высота треугольника $A_1B_1C_1$. Докажите, что точка H лежит на биссектрисе угла CAB .
- (3 из 2018) Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана точка E так, что $AE = DE$ и $\angle ABE = 90^\circ$. Точка M — середина отрезка BC . Найдите угол DME .
- (3) Серединный перпендикуляр к стороне AC остроугольного треугольника ABC пересекает прямые AB, BC в точках B_1, B_2 соответственно, а серединный перпендикуляр к стороне AB пересекает прямые AC и BC в точках C_1, C_2 соответственно. Окружности, описанные около треугольника BB_1B_2 и CC_1C_2 пересекаются в точках P и Q . Докажите, что центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на прямой PQ .
- (3) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1, BB_1, CC_1 . Прямая, перпендикулярная стороне AC и проходящая через точку A_1 , пересекает прямую B_1C_1 в точке D . Докажите, что угол ADC прямой.
- (3) Дан параллелограмм $ABCD$, в котором угол ABC тупой. Прямая AD пересекает второй раз окружность ω , описанную вокруг треугольника ABC , в точке E . Прямая CD пересекает второй раз окружность ω в точке F . Докажите, что центр описанной окружности треугольника DEF лежит на окружности ω .