

## Сборы школы 1568. 9 Класс

### Таблицы

1. Какое наибольшее число белых и чёрных фишек можно расставить на шахматной доске так, чтобы в каждой горизонтали и на каждой вертикали белых фишек было ровно в два раза больше, чем чёрных?
2. а) Олег нарисовал пустую таблицу  $50 \times 50$  и написал сверху от каждого столбца и слева от каждой строки по числу. Оказалось, что все 100 написанных чисел различны, причём 50 из них рациональные, а остальные 50 — иррациональные. Затем в каждую клетку таблицы он записал сумму чисел, написанных около её строки и её столбца («таблица сложения»). Какое наибольшее количество сумм в этой таблице могли оказаться рациональными числами?  
б) То же самое, только Олег вписывал произведения вместо сумм.
3. Дана таблица  $8 \times 8$  покрашенная в шахматном порядке. За каждый шаг разрешается менять местами любые 2 столбца или любые 2 строки. Можно ли за несколько шагов сделать так, чтобы верхняя половина таблицы стала белой, а нижняя половина - черной?
4. В клетках квадратной таблицы  $5 \times 5$  расставлены числа 1 и -1. Известно, что строк с положительной суммой больше, чем с отрицательной. Какое наибольшее количество столбцов этой таблицы может оказаться с отрицательной суммой?
5. Вася задумал 8 клеток шахматной доски, никакие две из которых не лежат в одной строке или в одном столбце. За ход Петя выставляет на доску 8 ладей, не бьющих друг друга, а затем Вася указывает все ладьи, стоящие на задуманных клетках. Если количество ладей, указанных Васей на этом ходе, чётно (т.е. 0, 2, 4, 6 или 8), то Петя выигрывает; иначе все фигуры снимаются с доски и Петя делает следующий ход. За какое наименьшее число ходов Петя сможет гарантированно выиграть?
6. Дана таблица  $n \times n$ , в каждой клетке записано число, причем все числа различны. В каждой строке отметили наименьшее число, и все отмеченные числа оказались в разных столбцах. Затем в каждом столбце отметили наименьшее число, и все отмеченные числа оказались в разных строках. Докажите, что оба раза отметили одни и те же числа

### Задачи посложнее

7. Можно ли разбить клетчатую доску  $12 \times 12$  на уголки из трёх соседних клеток так, чтобы каждый горизонтальный и каждый вертикальный ряд клеток доски пересекал одно и то же количество уголков?(ряд пересекает уголок, если содержит хотя бы одну его клетку)
8. Через центры некоторых клеток шахматной доски  $8 \times 8$  проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. Каждое звено ломаной соединяет центры соседних по горизонтали, вертикали или диагонали клеток. Докажите, что в ограниченном ею многоугольнике общая площадь чёрных частей равна общей площади белых частей.
9. В некоторых клетках таблицы  $10 \times 10$  расставлены несколько крестиков и несколько ноликов. Известно, что нет линии (строки или столбца), полностью заполненной одинаковыми значками (крестиками или ноликами). Однако, если в любую пустую клетку поставить любой значок, то это условие нарушится. Какое минимальное число значков может стоять в таблице?
10. В белой таблице  $2016 \times 2016$  некоторые клетки окрасили чёрным. Назовём натуральное число  $k$  удачным, если  $k \leq 2016$ , и в каждом из клетчатых квадратов со стороной  $k$ , расположенных в таблице, окрашено ровно  $k$  клеток. (Например, если все клетки чёрные, то удачным является только число 1.) Какое наибольшее количество чисел могут быть удачными?

## Сборы школы 1568. 9 Класс

### Таблицы

1. Какое наибольшее число белых и чёрных фишек можно расставить на шахматной доске так, чтобы в каждой горизонтали и на каждой вертикали белых фишек было ровно в два раза больше, чем чёрных?
2. а) Олег нарисовал пустую таблицу  $50 \times 50$  и написал сверху от каждого столбца и слева от каждой строки по числу. Оказалось, что все 100 написанных чисел различны, причём 50 из них рациональные, а остальные 50 — иррациональные. Затем в каждую клетку таблицы он записал сумму чисел, написанных около её строки и её столбца («таблица сложения»). Какое наибольшее количество сумм в этой таблице могли оказаться рациональными числами?  
б) То же самое, только Олег вписывал произведения вместо сумм.
3. Дана таблица  $8 \times 8$  покрашенная в шахматном порядке. За каждый шаг разрешается менять местами любые 2 столбца или любые 2 строки. Можно ли за несколько шагов сделать так, чтобы верхняя половина таблицы стала белой, а нижняя половина - черной?
4. В клетках квадратной таблицы  $5 \times 5$  расставлены числа 1 и -1. Известно, что строк с положительной суммой больше, чем с отрицательной. Какое наибольшее количество столбцов этой таблицы может оказаться с отрицательной суммой?
5. Вася задумал 8 клеток шахматной доски, никакие две из которых не лежат в одной строке или в одном столбце. За ход Петя выставляет на доску 8 ладей, не бьющих друг друга, а затем Вася указывает все ладьи, стоящие на задуманных клетках. Если количество ладей, указанных Васей на этом ходе, чётно (т.е. 0, 2, 4, 6 или 8), то Петя выигрывает; иначе все фигуры снимаются с доски и Петя делает следующий ход. За какое наименьшее число ходов Петя сможет гарантированно выиграть?
6. Дана таблица  $n \times n$ , в каждой клетке записано число, причем все числа различны. В каждой строке отметили наименьшее число, и все отмеченные числа оказались в разных столбцах. Затем в каждом столбце отметили наименьшее число, и все отмеченные числа оказались в разных строках. Докажите, что оба раза отметили одни и те же числа

### Задачи посложнее

7. Можно ли разбить клетчатую доску  $12 \times 12$  на уголки из трёх соседних клеток так, чтобы каждый горизонтальный и каждый вертикальный ряд клеток доски пересекал одно и то же количество уголков?(ряд пересекает уголок, если содержит хотя бы одну его клетку)
8. Через центры некоторых клеток шахматной доски  $8 \times 8$  проведена замкнутая несамопересекающаяся ломаная. Каждое звено ломаной соединяет центры соседних по горизонтали, вертикали или диагонали клеток. Докажите, что в ограниченном ею многоугольнике общая площадь чёрных частей равна общей площади белых частей.
9. В некоторых клетках таблицы  $10 \times 10$  расставлены несколько крестиков и несколько ноликов. Известно, что нет линии (строки или столбца), полностью заполненной одинаковыми значками (крестиками или ноликами). Однако, если в любую пустую клетку поставить любой значок, то это условие нарушится. Какое минимальное число значков может стоять в таблице?
10. В белой таблице  $2016 \times 2016$  некоторые клетки окрасили чёрным. Назовём натуральное число  $k$  удачным, если  $k \leq 2016$ , и в каждом из клетчатых квадратов со стороной  $k$ , расположенных в таблице, окрашено ровно  $k$  клеток. (Например, если все клетки чёрные, то удачным является только число 1.) Какое наибольшее количество чисел могут быть удачными?