

Теорема Фалеса-2.

1. Изначально жук сидит
а) на стороне AB выпуклого четырёхугольника $ABCD$. Он четыре раза последовательно переполз на соседнюю сторону, двигаясь параллельно диагоналям AC, BD, AC, BD .
б) на стороне AB треугольника ABC . Он шесть раз последовательно переполз на соседнюю сторону, двигаясь параллельно сторонам CA, AB, BC, CA, AB, BC . Докажите, что жук вернулся в исходную точку.
2. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечена точка P . Из вершин A и B опустили перпендикуляры AH_1 и BH_2 на прямую CP . На продолжении отрезка CH_2 за точку H_2 отметили точку F так, что $CH_1 = FH_2$. Докажите, что угол AFB прямой.
3. Прямая l пересекает стороны AB, AD и диагональ AC параллелограмма $ABCD$ в точках X, Y, Z соответственно. Докажите, что $\frac{AB}{AX} + \frac{AD}{AY} = \frac{AC}{AZ}$.
4. В треугольнике ABC проведены медианы BB_1 и CC_1 и на стороне BC отмечена точка X . На сторонах AB, AC отмечены точки M и N соответственно так, что $MX \parallel CC_1, NX \parallel BB_1$. Докажите, что отрезок MN медианами BB_1 и CC_1 разбивается на три равные части.
5. В треугольнике ABC AM - медиана, AL - биссектриса, K - такая точка на AM , что $KL \parallel AC$. Докажите, что AL перпендикулярно KC .
6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AC . Точки K и M — проекции вершин A и C на прямую BD соответственно. Через точку K проведена прямая, которая параллельна BC и пересекает AC в точке P . Докажите, что угол KPM — прямой.

Домашнее задание

7. На сторонах AB и BC четырёхугольника $ABCD$ отметили точки T и S так, что $TS \parallel AC$. Прямые, проходящие через T параллельно AD и через S параллельно CD пересекаются в точке X . Докажите, что точки B, X и D лежат на одной прямой.

Теорема Фалеса-2.

1. Изначально жук сидит
а) на стороне AB выпуклого четырёхугольника $ABCD$. Он четыре раза последовательно переполз на соседнюю сторону, двигаясь параллельно диагоналям AC, BD, AC, BD .
б) на стороне AB треугольника ABC . Он шесть раз последовательно переполз на соседнюю сторону, двигаясь параллельно сторонам CA, AB, BC, CA, AB, BC . Докажите, что жук вернулся в исходную точку.
2. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC отмечена точка P . Из вершин A и B опустили перпендикуляры AH_1 и BH_2 на прямую CP . На продолжении отрезка CH_2 за точку H_2 отметили точку F так, что $CH_1 = FH_2$. Докажите, что угол AFB прямой.
3. Прямая l пересекает стороны AB, AD и диагональ AC параллелограмма $ABCD$ в точках X, Y, Z соответственно. Докажите, что $\frac{AB}{AX} + \frac{AD}{AY} = \frac{AC}{AZ}$.
4. В треугольнике ABC проведены медианы BB_1 и CC_1 и на стороне BC отмечена точка X . На сторонах AB, AC отмечены точки M и N соответственно так, что $MX \parallel CC_1, NX \parallel BB_1$. Докажите, что отрезок MN медианами BB_1 и CC_1 разбивается на три равные части.
5. В треугольнике ABC AM - медиана, AL - биссектриса, K - такая точка на AM , что $KL \parallel AC$. Докажите, что AL перпендикулярно KC .
6. Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность с диаметром AC . Точки K и M — проекции вершин A и C на прямую BD соответственно. Через точку K проведена прямая, которая параллельна BC и пересекает AC в точке P . Докажите, что угол KPM — прямой.

Домашнее задание

7. На сторонах AB и BC четырёхугольника $ABCD$ отметили точки T и S так, что $TS \parallel AC$. Прямые, проходящие через T параллельно AD и через S параллельно CD пересекаются в точке X . Докажите, что точки B, X и D лежат на одной прямой.