Теорема Фалеса.

1. Дан параллелограмм $ABCD$. На стороне BC отметили точки P и Q так, что $BP=PQ=QC$. На стороне DA отметили точки R и S так, что $DR=RS=SA$. Докажите, что прямые BS, PR и QD делят диагональ AC на четыре равные части.
2. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC соответственно отмечены точки D и E так, что $\frac{AD}{BD}=\frac{BE}{EC}=2$ и $\angle ACB=2\angle BED$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
3. а) Точки A_1 и B_1 делят стороны BC и AC треугольника ABC в отношении $BA_1:A_1C=1:p$ и $AB_1:B_1C=1:q$. В каком отношении отрезок AA_1 делится отрезком BB_1?

   б) С помощью пункта а докажите, что медианы пересекаются в одной точке.
4. На прямую, проходящую через вершину A треугольника опущены перпендикуляры BD и CE. Докажите, что середина стороны BC равноудалена от точек D и E.
5. В четырехугольнике $ABCD$ углы A и C прямые. На диагональ AC опущены перпендикуляры BE и DF. Докажите, что $CE=FA$.
6. а) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BD и CE. Из вершин B и C на прямую ED опущены перпендикуляры BF и CG. Докажите, что $EF=DG$.
   б) На отрезке AB взята точка C. Прямая, проходящая через точку C, пересекает окружности с диаметрами AC и BC в точках K и L, а также окружность с диаметром AB- в точках M и N. Докажите, что $KM=LN$.
7. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC. На продолжении катетов AB и AC за вершины B и C отложили равные отрезки BK и CL. Пусть E и F — точки пересечения отрезка KL и прямых, которые перпендикулярны KC и проходят через точки B и A соответственно. Докажите, что $EF = FL$.

Домашнее задание

1. В треугольнике ABC на сторонах AB, AC и BC выбраны точки D, E и F соответственно так, что BF = 2CF, CE = 2AE и угол DEF — прямой. Докажите, что DE — биссектриса угла ADF.
2. Точки A_1 и B_1 делят стороны BC и AC треугольника ABC в отношении $BA_1:A_1C=1:2$ и $AB_1:B_1C=2:3$. В каком отношении отрезок AA_1 делится отрезком BB_1? А отрезок BB_1 отрезком AA_1?

Теорема Фалеса.

1. Дан параллелограмм $ABCD$. На стороне BC отметили точки P и Q так, что $BP=PQ=QC$. На стороне DA отметили точки R и S так, что $DR=RS=SA$. Докажите, что прямые BS, PR и QD делят диагональ AC на четыре равные части.
2. В треугольнике ABC на сторонах AB и BC соответственно отмечены точки D и E так, что $\frac{AD}{BD}=\frac{BE}{EC}=2$ и $\angle ACB=2\angle BED$. Докажите, что треугольник ABC равнобедренный.
3. а) Точки A_1 и B_1 делят стороны BC и AC треугольника ABC в отношении $BA_1:A_1C=1:p$ и $AB_1:B_1C=1:q$. В каком отношении отрезок AA_1 делится отрезком BB_1?

   б) С помощью пункта а докажите, что медианы пересекаются в одной точке.
4. На прямую, проходящую через вершину A треугольника опущены перпендикуляры BD и CE. Докажите, что середина стороны BC равноудалена от точек D и E.
5. В четырехугольнике $ABCD$ углы A и C прямые. На диагональ AC опущены перпендикуляры BE и DF. Докажите, что $CE=FA$.
6. а) В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты BD и CE. Из вершин B и C на прямую ED опущены перпендикуляры BF и CG. Докажите, что $EF=DG$.
   б) На отрезке AB взята точка C. Прямая, проходящая через точку C, пересекает окружности с диаметрами AC и BC в точках K и L, а также окружность с диаметром AB- в точках M и N. Докажите, что $KM=LN$.
7. Дан равнобедренный прямоугольный треугольник ABC. На продолжении катетов AB и AC за вершины B и C отложили равные отрезки BK и CL. Пусть E и F — точки пересечения отрезка KL и прямых, которые перпендикулярны KC и проходят через точки B и A соответственно. Докажите, что $EF = FL$.

Домашнее задание

1. В треугольнике ABC на сторонах AB, AC и BC выбраны точки D, E и F соответственно так, что BF = 2CF, CE = 2AE и угол DEF — прямой. Докажите, что DE — биссектриса угла ADF.
2. Точки A_1 и B_1 делят стороны BC и AC треугольника ABC в отношении $BA_1:A_1C=1:2$ и $AB_1:B_1C=2:3$. В каком отношении отрезок AA_1 делится отрезком BB_1? А отрезок BB_1 отрезком AA_1?