

Принцип Дирихле в ТЧ.

1. Назовем натуральное число интересным, если его можно разложить на натуральные множители, каждый из которых меньше, чем 30. Докажите, что из 2 000 интересных чисел всегда можно выбрать два, произведение которых является точным квадратом.
2. Какое наибольшее количество из натуральных чисел, не превосходящих $2n$, можно выбрать так, чтобы ни одно из них не делилось на другое?
3. Среди чисел $1, 2, 3, \dots, 100$ выбрано 55 чисел. Докажите, что среди них найдутся два числа разность которых равна а) 9 б) 10 в) 12 г) 13. д) Покажите, что среди них может не найтись двух чисел, разность которых равна 11.
4. Докажите, что существует число, состоящее из одних единиц, делящееся на 2019.
5. Петя записал на доске в ряд n целых чисел. Докажите, что Вася может выбрать несколько подряд идущих чисел (возможно, одно) таких, что их сумма делится на n .
6. Сумма ста натуральных чисел, меньших 100, равна 200. Докажите, что из них можно выбрать несколько чисел с суммой 100.
7. На доске в строчку написаны 11 натуральных чисел. Докажите, что можно некоторые из них (но не все) стереть, а перед каждым из остальных написать знак $+$ или $-$ так, чтобы полученное выражение делилось на 2019.
8. Дана бесконечная вправо последовательность цифр и нечётное число s , не делящееся на 5. Докажите, что можно выбрать несколько цифр подряд, образующих число, делящееся на s .
9. На доске написано 2^{800} натуральных чисел, меньших 2019. Докажите, что произведение нескольких подряд идущих из них является точным квадратом.

Принцип Дирихле в ТЧ.

1. Назовем натуральное число интересным, если его можно разложить на натуральные множители, каждый из которых меньше, чем 30. Докажите, что из 2 000 интересных чисел всегда можно выбрать два, произведение которых является точным квадратом.
2. Какое наибольшее количество из натуральных чисел, не превосходящих $2n$, можно выбрать так, чтобы ни одно из них не делилось на другое?
3. Среди чисел $1, 2, 3, \dots, 100$ выбрано 55 чисел. Докажите, что среди них найдутся два числа разность которых равна а) 9 б) 10 в) 12 г) 13. д) Покажите, что среди них может не найтись двух чисел, разность которых равна 11.
4. Докажите, что существует число, состоящее из одних единиц, делящееся на 2019.
5. Петя записал на доске в ряд n целых чисел. Докажите, что Вася может выбрать несколько подряд идущих чисел (возможно, одно) таких, что их сумма делится на n .
6. Сумма ста натуральных чисел, меньших 100, равна 200. Докажите, что из них можно выбрать несколько чисел с суммой 100.
7. На доске в строчку написаны 11 натуральных чисел. Докажите, что можно некоторые из них (но не все) стереть, а перед каждым из остальных написать знак $+$ или $-$ так, чтобы полученное выражение делилось на 2019.
8. Дана бесконечная вправо последовательность цифр и нечётное число s , не делящееся на 5. Докажите, что можно выбрать несколько цифр подряд, образующих число, делящееся на s .
9. На доске написано 2^{800} натуральных чисел, меньших 2019. Докажите, что произведение нескольких подряд идущих из них является точным квадратом.